13. Tutorium
zur Vorlesung Höhere Mathematik II für biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe T37: Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'(x) + y(x) - y^3(x) = 0, \quad y(0) = \frac{1}{2}.$$

Aufgabe T38: Gegeben seien die Ebenen F und E_λ, $\lambda \in \mathbb{R}$, durch

$$F : x_1 - x_3 = 2 \qquad \text{und} \qquad E_\lambda : 2x_1 - 5x_2 + \lambda x_3 = 5.$$

(a) Für welche Werte von λ schneiden sich die beiden Ebenen?
Berechnen Sie gegebenenfalls die Schnittgerade g_λ.

(b) Berechnen Sie die Projektion orthogonal zu F der Ebene E_λ in die Ebene F.
Diskutieren Sie die möglichen Fälle.

Aufgabe T39: Man bestimme die allgemeine Lösung des linearen Systems

$$u'(x) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} u(x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe T40: Man löse das Anfangswertproblem für die Funktion x mit:

$$x''(t) + x'(t) - 6x(t) = 5e^{2t}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -4$$

(a) klassisch (Exponentialansatz),

(b) mit Hilfe der Laplacetransformation.

Aufgabe T41: Gegeben sei die Differentialgleichung

$$2x^3u'''(x) + Bx^2u''(x) + xu'(x) - 10u(x) = 0, \quad x > 0.$$

(a) Bestimmen Sie B, so dass $u_1(x) = x^{\frac{5}{2}}$ die Differentialgleichung löst.

(b) Mit dem so gefundenen B bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

Aufgabe T42: Gegeben sei die folgende Differentialgleichung

$$4u(x) - 2xu'(x) + x^3u'''(x) = 9, \quad x > 0.$$

(a) Geben Sie ein reelles Fundamentalsystem an.

(b) Berechnen Sie eine partikuläre Lösung durch Variation der Konstanten.

(c) Lösen Sie das Anfangswertproblem mit $u(1) = \frac{13}{4}$, $u'(1) = \frac{27}{4}$ und $u''(1) = \frac{50}{4}$.

Aufgabe T43: Berechnen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$(x^2 + 1)u''(x) - 6u(x) = 0$$

durch Potenzreihenansatz um $x_0 = 0$ und geben Sie die Konvergenzbereiche an.

Aufgabe T44: Man bestimme die allgemeine Lösung des Systems

$$\begin{aligned} 3y'(t) &= -y(t) + 2z(t) + \sin t + 3\cos t, \\ 3z'(t) &= 4y(t) + z(t) - 4\sin t, \end{aligned}$$

mit Hilfe der Laplace-Transformation.

Aufgabe T45:

(a) Berechnen Sie den Gradienten der Funktion $f : (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x_1, x_2) = \int_0^{x_1} \tan(t)\, \exp(x_2 \cos t)\, dt\,.$$

(b) Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion $g : (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \to \mathbb{R}$ mit $g(s) = f(s, \cos s)$ an der Stelle $s = \pi/4$.

Tutorien: Montag, den 11.7.2011, bis Mittwoch, den 13.7.2011.