

**Probeklausur**  
**zur Vorlesung Höhere Mathematik I für**  
**biw/ciw/mach/mage/vt**

**Aufgabe 1:** Gegeben sei die reelle Folge  $(a_n)$  durch

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = \sqrt{3a_n - 2}, \quad n \geq 1.$$

- (a) Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass für alle Folgenglieder  $a_n \geq 2$  gilt.
- (b) Zeigen Sie, dass  $(a_n)$  monoton fällt.
- (c) Begründen Sie, dass  $(a_n)$  konvergiert.
- (d) Bestimmen Sie den Grenzwert  $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

**Aufgabe 2:** Gegeben seien die Geraden

$$g_1 : x = (1, 2, 5)^\top + \lambda(-1, 1, 2)^\top, \lambda \in \mathbb{R}$$
$$g_2 : x = (3, -1, 2)^\top + \mu(1, 1, 0)^\top, \mu \in \mathbb{R}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass die Geraden windschief sind, d.h. sich nicht schneiden und nicht parallel sind.
- (b) Bestimmen Sie eine Gleichung derjenigen Ebene, die zu  $g_1$  und  $g_2$  parallel ist und zu beiden Geraden den gleichen Abstand hat.

**Aufgabe 3:** Bestimmen Sie alle  $z \in \mathbb{C}$ , die folgende Gleichung lösen,

$$-5 \cos z + 7i \sin z = 1.$$

**Aufgabe 4:** Wie muss die Zahl  $c \in \mathbb{R}$  gewählt werden, damit die Funktion

$$f(x) := \begin{cases} \left(e^{\frac{1}{x}} + 1\right)^x, & x > 0, \\ c, & x = 0, \end{cases}$$

auf  $\mathbb{R}_{\geq 0}$  stetig ist?

— bitte wenden

**Aufgabe 5:** Gegeben sei die Reihe

$$\left( \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{z^2}{n+1}}}{1 + n\sqrt{n+1}} z^n \right)$$

Beurteilen Sie die folgenden Aussagen durch Ankreuzen entweder von *ja* oder *nein*:

- (a) Die Reihe konvergiert für alle  $z \in [-1, 1]$  nach dem Leibnizkriterium.  ja  nein
- (b) Die Reihe konvergiert für alle  $z \in (-1, 1)$  nach dem Quotientenkriterium.  ja  nein
- (c) Die Reihe divergiert für alle  $z \neq 0$ .  ja  nein
- (d) Die Reihe divergiert für  $z = 1$  nach dem Majoranten-/Minorantenkriterium.  ja  nein
- (e) Die Reihe ist eine Potenzreihe mit Konvergenzradius 1.  ja  nein

Für jedes richtig angekreuzte Kästchen bekommen Sie 2 Punkte, für jedes falsch angekreuzte Kästchen werden 2 Punkte abgezogen (Sie können aber in der Summe keine negativen Punkte bekommen). Machen Sie bei einer Aussage kein Kreuz, hat dies keinen Einfluss auf die Bewertung.

Natürlich müssen Sie sich zur Beurteilung der Aussagen Gedanken auf einem Konzeptblatt machen. Bewertet werden bei dieser Aufgabe jedoch nur die Kreuze auf dem Aufgabenblatt.

Besprechung der Aufgaben in den **Tutorien**: Dienstag, den 7.2.2006, bis Donnerstag, den 9.2.2006.