

Tutorium zum 1. Übungsblatt

Höhere Mathematik I für mach/ciw/mage

Aufgabe T1: Zwei Teilmengen $A, B \subset \mathbb{R}$ seien definiert durch

$$A := \{x \in \mathbb{R} : |x^2 - 2| \leq 4 - x\} \quad \text{und} \quad B := \left\{x \in \mathbb{R} : 1 - |x - 2| < \frac{1}{2} |x - 3|\right\}.$$

Schreiben Sie die Mengen $A \cup B$, $A \cap B$ und $A \setminus B$ als Intervalle oder Vereinigungen von Intervallen.

Aufgabe T2: Berechnen Sie folgende Summen:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \sum_{n=5}^{11} n, & \text{(b)} \quad & \sum_{n=1}^8 (n - 1/2)^2, \\ \text{(c)} \quad & \sum_{\mu=0}^1 \sum_{\nu=2}^4 \frac{1}{\mu + \nu^2}, & \text{(d)} \quad & \sum_{n=4}^{27} 4(n-1)^2 + \sum_{n=0}^{23} 8(n+3) + \sum_{n=27}^{50} 4. \end{aligned}$$

Aufgabe T3: Zeigen Sie durch vollständige Induktion

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \sum_{k=0}^n (2k+1) = (n+1)^2, \quad n \in \mathbb{Z}_{\geq 0}, \\ \text{(b)} \quad & \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{n}{2n+1}, \quad n \geq 1. \end{aligned}$$

Aufgabe T4: Beweisen Sie mit vollständiger Induktion:

$$\text{(a) Für } n \geq 3 \text{ gilt: } 2^n > 2n + 1, \quad \text{(b) Für } n \geq 4 \text{ gilt: } 2^n \geq n^2, \quad \text{(c) } \sum_{l=0}^n \binom{n}{l} = 2^n.$$

Tutorien: Montag, den 06.11.2006, bis Mittwoch, den 08.11.2006.