Gruppe

Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. T. Arens
Dipl.-Math.techn. S.Ritterbusch
Dr. H. Schon

1	2	3	4	5	$\sum$

Karlsruhe, den 31.10.2006

Mat.-Nr.: ....

Mat.-Nr.: ....

1. Übungsblatt
zur Vorlesung Höhere Mathematik I für mach/ciw/mage

Aufgabe 1: Gegeben seien die Mengen

$$I := \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{1-x}{3-x} \leq 0 \right\} \qquad \text{und} \qquad J := \{ x \in \mathbb{R} : |x+1| + |x-1| > 3 \} .$$

(a) Finden Sie Darstellungen von I bzw. J als Intervalle oder Verknüpfung (Durchschnitt, Vereinigung) von Intervallen.

(b) Bestimmen Sie $I \cap J$ und $J \setminus I$.

Aufgabe 2: Berechnen Sie folgende Summen:

$$\text{(a)} \sum_{n=17}^{63} n, \qquad \text{(b)} \sum_{n=7}^{42} \left(\frac{1}{3}\right)^n, \qquad \text{(c)} \sum_{m=1}^{10} (n+1)^3, \qquad \text{(d)} \sum_{n=4}^{27} 4 \left(\frac{1}{2}\right)^n + \sum_{n=0}^{23} \left(\frac{1}{3}\right)^{2n-1} .$$

Aufgabe 3: Berechnen Sie

$$\text{(a)} \sum_{\nu=1}^{4} \sum_{k=1}^{\nu} \nu\,(\nu - k) \qquad\qquad \text{(b)} \sum_{\nu=1}^{n} \left(\frac{1}{\nu} - \frac{1}{\nu+1} \right)$$

Aufgabe 4: Beweisen Sie folgende Aussagen mit vollständiger Induktion

$$\text{(a)} \sum_{k=1}^{n} k^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2, \qquad \text{(b)} \sum_{j=1}^{n} (-1)^{j-1} j^2 = (-1)^{n-1} \binom{n+1}{2}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Aufgabe 5: Zeigen Sie durch vollständige Induktion nach $n \in \mathbb{N}$:

$$\text{(a)} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k} \geq \frac{1}{2}, \qquad\qquad \text{(b)} \sum_{k=1}^{2^n} \frac{1}{k} \geq 1 + \frac{n}{2}.$$

Abgabe: Werfen Sie Ihre Lösung bis spätestens Freitag, den 10.11.2006, 12:00 Uhr, in das zu Ihrer Tutoriumsgruppe gehörende Fach bei Zimmer 208.1 im Mathematikgebäude ein.