

Universität Karlsruhe (TH)  
 Institut für Algebra und Geometrie  
 Dr. T. Arens  
 Dipl.-Math.techn. S.Ritterbusch  
 Dr. H. Schon

6	7	8	9	10	$\Sigma$

Gruppe
--------

Karlsruhe, den 7.11.2006

Mat.-Nr.: .....

Mat.-Nr.: .....

## 2. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik I für mach/ciw/mage

**Aufgabe 6:** Gegeben seien die komplexen Zahlen

$$z_1 = 2 + i, \quad z_2 = 3 - 2i \quad z_3 = \sqrt{2} + i.$$

Berechnen Sie

- a) Real- und Imaginärteil der komplexen Zahlen  $\bar{z}_j$ ,  $-z_j$ ,  $z_j \bar{z}_j$ ,  $\frac{1}{z_j}$ ,  $z_j - \bar{z}_j$  und  $|z_j|$ , jeweils für  $j = 1, 2$ , sowie der Zahlen

$$\frac{z_1}{z_1 + z_2}, \quad \text{und} \quad z_1^3 z_2^2.$$

- b) die Polarkoordinatendarstellung  $(r, \varphi)$  von  $z_3$ .

**Aufgabe 7:** Skizzieren Sie die Menge aller komplexen Zahlen  $z$ , die der jeweiligen Bedingung genügen:

- (a)  $|3z - 1 + 2i| \leq 2$ ,  
 (b)  $|z - z_0| = |z - z_1|$  für  $z_0 = 1 - i$ ,  $z_1 = 2 + i$ ,  
 (c)  $|\operatorname{Re} z| + |\operatorname{Im} z| \leq a$ ,  $a > 0$  festgehalten,  
 (d)  $|z|^2 \leq \operatorname{Re} z$ .

**Aufgabe 8:** Berechnen Sie Real- und Imaginärteil der Zahl  $z = (1 + i)^5$

- (a) mit Hilfe der binomischen Formel,  
 (b) unter Verwendung der Polardarstellung von  $1 + i$ .

Nach welcher der in (a) bzw. (b) genannten Methoden sollte man also  $w = (1 - i)^{17}$  berechnen? Bestimmen Sie  $\operatorname{Re} w$  und  $\operatorname{Im} w$ .

**Aufgabe 9:** Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil aller Lösungen  $w \in \mathbb{C}$  der Gleichung

$$(a) w^2 = -5 + 12i, \quad (b) w^2 = i, \quad (c) w^2 - 4w + 5 + 2\sqrt{2}i = 0.$$

**Aufgabe 10:** Zeigen Sie, dass der Kreis  $|z| = 2$  durch die Abbildung  $f : z \mapsto \frac{1}{1+z}$  auf den Kreis mit Mittelpunkt  $-1/3$  und Radius  $2/3$  abgebildet wird.

**Abgabe:** Werfen Sie Ihre Lösung bis spätestens Freitag, den 17.11.2006, 12:00 Uhr, in das zu Ihrer Tutoriumsgruppe gehörende Fach bei Zimmer 208.1 im Mathematikgebäude ein.