Tutorium zum 3. Übungsblatt

Höhere Mathematik I für mach/ciw/mage

Aufgabe T9: Gegeben seien die Ebenen

$$E : x_1 - x_3 = 0 \qquad \text{und} \qquad F : x_1 + 2x_2 + x_3 = 4.$$

(a) Bestimmen Sie die Schnittgerade g von E und F.
(b) Für eine weitere Gerade h, die nicht in E oder F liegt, gibt es folgende Möglichkeiten:

- sie schneidet sowohl E als auch F in genau einem Punkt,
- sie schneidet eine der beiden Ebenen in einem Punkt, die andere aber gar nicht,
- sie schneidet keine der beiden Ebenen.

Konstruieren Sie für jede dieser Möglichkeiten ein Beispiel und machen Sie sich jeweils die geometrische Lage der Ebenen und der Gerade zu einander klar.

Aufgabe T10: Weisen Sie nach, dass die Vektoren

$$u = (1, 2, 0)^\top, \quad v = (0, 1, 0)^\top, \quad w = (1, 1, 1)^\top$$

eine Basis des $\mathbb{R}^3$ bilden. Stellen Sie den Vektor $a = (3, 2, 2)^\top$ als Linearkombination von u, v, w dar.

Aufgabe T11: Gegeben seien die Vektoren

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie alle Vektoren $u \in \mathbb{R}^3$, so dass sowohl die Menge $\{a, u, x\}$ als auch die Menge $\{b, u, y\}$ linear abhängig ist.

(b) Sei weiterhin $c = (1, -4, -4)^\top$, welche Dimensionen haben dann die Unterräume $U = \operatorname{span}\{a, b, c\}$ und $V = \operatorname{span}\{c, x, y\}$? Geben Sie jeweils eine Basis von U und V an.

Aufgabe T12: Bestimmen Sie die Dimension folgender Unterräume von $\mathbb{C}^3$:

(a) $\operatorname{span}\{(1, -i, 1+i)^\top, (1-i, -1-i, 1)^\top\}$,

(b) $\operatorname{span}\{(1, -i, 1+i)^\top, (1-i, -1-i, 1)^\top, (2+3i, 3-2i, 2+5i)^\top\}$.

Tutorien: Montag, den 20.11.2006, bis Mittwoch, den 22.11.2006.