Gruppe

Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. T. Arens
Dipl.-Math.techn. S.Ritterbusch
Dr. H. Schon

16	17	18	19	20	$\sum$

Karlsruhe, den 21.11.2006

Mat.-Nr.: ....

Mat.-Nr.: ....

Mat.-Nr.: ....

4. Übungsblatt
zur Vorlesung Höhere Mathematik I für mach/ciw/mage

Aufgabe 16: Berechnen Sie den Abstand der beiden windschiefen Geraden

$$g_1 : x = (1,2,3)^\top + \lambda(1,-1,1)^\top,\ \lambda \in \mathbb{R} \quad \text{und} \quad g_2 : x = (2,2,1)^\top + \mu(0,1,1)^\top,\ \mu \in \mathbb{R}$$

und die zugehörigen Lotfußpunkte F_1 und F_2.

Aufgabe 17: Gegeben ist die Gerade $g : x(s) = (5,1,-1)^\top + s(4,0,-3)^\top,\ s \in \mathbb{R}$, sowie die beiden Punkte $P = (2|0|2)$ und $Q = (0|2|2)$.

(a) Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Geraden h, die durch P und Q verläuft.

(b) Bestimmen Sie den Punkt R auf g so, dass die Ebene E_1 durch P, Q und R parallel ist zur Ebene E_2, die durch $2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0$ beschrieben ist. Welchen Abstand haben die Ebenen von einander? Unter welchem Winkel schneidet g die beiden Ebenen?

Aufgabe 18: Bestimmen Sie jeweils alle Lösungen der folgenden Gleichungssysteme:

$$\text{(a)}\quad \begin{array}{rcrcrcr} x &+& 2y &-& 3z &=& -1 \\ 3x &-& y &+& 2z &=& 7 \\ 5x &+& 3y &-& 4z &=& 2 \end{array}\ , \qquad \text{(b)}\quad \begin{array}{rcrcrcr} 2x &+& y &-& 2z &=& 10 \\ 3x &+& 2y &+& 2z &=& 1 \\ 5x &+& 4y &+& 3z &=& 4 \end{array}\ ,$$

$$\text{(c)}\quad \begin{array}{rcrcrcr} x &+& 2y &-& 3z &=& 6 \\ 2x &-& y &+& 4z &=& 2 \\ 4x &+& 3y &-& 2z &=& 14 \end{array}\ .$$

Aufgabe 19: Bestimmen Sie alle Lösungen der linearen Gleichungssysteme:

$$\text{(a)}\quad \begin{array}{rrrrcr} x_1 & +3x_2 & -x_3 & +x_4 & = & 1 \\ 2x_1 & +x_2 & +16x_3 & +x_4 & = & 11 \\ -x_1 & +2x_2 & & +2x_4 & = & 0 \\ & x_2 & +3x_3 & +x_4 & = & 2 \end{array}\ , \qquad \text{(b)}\quad \begin{array}{rcrcrcr} ix_1 &+& x_2 &+& 2x_3 &=& 0 \\ 2ix_1 &+& (3+i)x_2 &+& (4-i)x_3 &=& 2+3i \\ 3ix_1 &+& (5+i)x_2 &+& (9-i)x_3 &=& 4+7i \end{array}\ .$$

Aufgabe 20: Bestimmen Sie die Lösungen des folgenden linearen Gleichungssystems in Abhängigkeit von $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rcrcrcr} \alpha^2 x &+& (2\alpha^2-4)y &+& (2\alpha^2+1)z &=& \alpha - 10 \\ 2x &+& y &+& 5z &=& -6 \\ \alpha^2 x &+& (2\alpha^2+1)y &+& 2\alpha^2 z &=& \alpha + 2 \end{array}$$

Abgabe: bis spätestens Freitag, den 01.12.2006, 12:00 Uhr.