

## Tutorium zum 5. Übungsblatt

### Höhere Mathematik I für mach/ciw/mage

**Aufgabe T17:** Untersuchen Sie die Folgen, deren Glieder im Folgenden beschrieben sind, auf Beschränktheit, Monotonie und Konvergenz (der Grenzwert muss nicht angegeben werden).

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1+n+n^2}{n(n+1)}, & b_n &= \frac{1+n+n^2}{n+1}, \\ c_n &= \frac{1}{1+(-2)^n}, & d_n &= \frac{1+(-2)^n}{1+2^n}. \end{aligned}$$

**Aufgabe T18:** Berechnen Sie unter Verwendung der Rechenregeln die Grenzwerte der Folgen

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1+n+n^2}{n(n+1)}, & b_n &= \sqrt[n]{a^n + b^n}, \quad 0 \leq a \leq b, \\ c_n &= \sqrt{n^2 + an + b} - n, & & a, b \in \mathbb{R}, \quad n \text{ hinreichend groß,} \\ d_n &= \sqrt[3]{n^3 + an^2 + bn + c} - n, & & a, b, c \in \mathbb{R}, \quad n \text{ hinreichend groß,} \\ e_n &= (\sqrt{n^2 + 1} - n)(n + 7). \end{aligned}$$

**Aufgabe T19:** Gegeben sei die Folge  $(a_n)$  mit den Folgengliedern  $a_n = \frac{n+1}{(n+2)^2}$ . Zeigen Sie  $a := \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ , indem Sie zu vorgegebenem  $\varepsilon > 0$  eine Zahl  $N_0$  derart bestimmen, dass gilt:

$$|a_n - a| < \varepsilon \quad \text{für alle } n \geq N_0.$$

Geben Sie ein gültiges  $N_0$  an für i)  $\varepsilon = \frac{1}{10}$ , ii)  $\varepsilon = \frac{1}{100}$ , iii)  $\varepsilon = 10^{-10}$ .

**Aufgabe T20:** Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{n+2} - \frac{n+2}{n} \right) \cdot \frac{n^2+3}{n+2} & & \text{(c)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{17n^6 + 83n^4} \\ \text{(b)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \prod_{k=1}^n \left( 1 + \frac{1}{k} \right) - \sqrt{n^2 + 6n} \right] & & \text{(d)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{34^n + 118^n} \cdot \left[ \frac{(n+4)^4}{n^3} - n + 1 \right] - 1 \end{aligned}$$

**Tutorien:** Montag, den 04.11.2006, bis Mittwoch, den 06.11.2006.