Gruppe

Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. T. Arens
Dipl.-Math.techn. S.Ritterbusch
Dr. H. Schon

21	22	23	24	25	$\sum$

Karlsruhe, den 28.11.2006

Mat.-Nr.: ....

Mat.-Nr.: ....

Mat.-Nr.: ....

5. Übungsblatt
zur Vorlesung Höhere Mathematik I für mach/ciw/mage

Aufgabe 21: Gegeben sei die Folge (a_n) mit den Gliedern

$$a_n = \frac{1}{2} + (-1)^n \left(1 - \frac{1}{n}\right), \quad n \in \mathbb{N}.$$

(a) Ist die Folge beschränkt? Falls ja, geben Sie ein r an mit $|a_n| \le r$.

(b) Geben Sie, mit Begründung, das kleinstmögliche r an.

Aufgabe 22: Gegeben sei die Folge (a_n) mit den Gliedern

$$a_n = \frac{n-1}{n+1}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Bestimmen Sie einen Folgenindex N derart, daß $|a_n - 1| < \varepsilon$ für alle $n \ge N$, wenn

(a) $\varepsilon = \frac{1}{10}$, (b) $\varepsilon = \frac{1}{1000}$, (c) $\varepsilon > 0$ beliebig ist.

(d) Konvergiert die Folge (a_n)? Falls ja, was ist ihr Grenzwert?

Aufgabe 23: Welchen Grenzwert vermuten Sie für die Folge (a_n) mit

$$a_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}, \quad n \in \mathbb{N}?$$

Beweisen Sie Ihre Vermutung mit Hilfe der Definition des Grenzwertes.

Aufgabe 24: Berechnen Sie die mit Hilfe der Rechenregeln die Grenzwerte der Folgen

(a) $a_n = \left[1 + \left(-\frac{3}{5}\right)^n\right] \cdot \left[\frac{10^n}{n!} - \frac{3n^2+1}{(2n+1)^2}\right]$ (c) $c_n = \sqrt[n]{17 \cdot 2^n + 1}\left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right)$.

(b) $b_n = \dfrac{(1 + \sqrt[n]{5})(n+5)}{\left(1 - \frac{1}{2}\sqrt[n]{3}\right)(2n+3)}$,

Aufgabe 25: Untersuchen Sie die Folgen

(a) $a_n = \sqrt{q^n + n} - \sqrt{n}$ mit festem $q > 0$,

(b) $b_n = \dfrac{n^4 - 2}{n^2 + 4} - \dfrac{n^3(n^2-3)}{n^3+1}$

auf ihr Konvergenzverhalten, d.h. auf Konvergenz, Divergenz und bestimmte Divergenz. Evtl. vorhandene Grenzwerte oder Häufungspunkte sind anzugeben.

Abgabe: bis spätestens Freitag, den 08.12.2006, 12:00 Uhr.