Tutorium zum 6. Übungsblatt

Höhere Mathematik I für mach/ciw/mage

Aufgabe T21: Bestimmen Sie alle Häufungspunkte der Folgen mit den Folgengliedern

$$\text{(a)} \quad a_n = \sqrt[n]{2} + \cos(n\pi), \qquad\qquad \text{(b)} \quad b_n = (1-i)\sum_{j=0}^{n-1} i^j,$$

und geben Sie jeweils eine Teilfolge an, die gegen diese Häufungspunkte konvergiert.

Aufgabe T22: Gegeben sei eine rekursiv definierte Folge durch die Vorschrift

$$a_{n+1} = a_n^2 + \frac{1}{4}, \qquad n \in \mathbb{Z}_{\geq 0}.$$

(a) Zeigen Sie, dass die Folge für $0 \leq a_0 \leq \frac{1}{2}$ konvergiert und berechnen Sie ihren Grenzwert.

(b) Zeigen Sie, dass die Folge für $a_0 > \frac{1}{2}$ divergiert sie (Hinweis: Zeigen Sie $a_n \geq a_0 + nd$ mit $d = (a_0 - 1/2)^2$).

(c) Was passiert für $a_0 < 0$?

Aufgabe T23: Die Folge (a_n) sei rekursiv definiert durch den Startwert a_0 und die Iterationsvorschrift

$$a_{n+1} = \frac{1}{2 - a_n}, \qquad n > 0.$$

(a) Zeigen Sie, dass die Folge für $a_0 < 1$ wohldefiniert ist sowie konvergiert, und berechnen Sie ihren Grenzwert.

(b) Was ergibt sich für $a_0 = 1$, $a_0 = \frac{5}{4}$ bzw. $a_0 = \frac{100}{99}$?

Aufgabe T24: Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch

$$f(x) = x^3 - 12x + 9.$$

(a) Zerlegen Sie das Polynom vollständig in Linearfaktoren und bestimmen Sie die Nullstellen von P.

(b) Entwickeln Sie das Polynom nach Potenzen von $x - 2$ und zeigen Sie damit, daß P für $x > 2$ streng monoton ist.

Tutorien: Montag, den 4.12.2006, bis Mittwoch, den 6.12.2006.