Gruppe

Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. T. Arens
Dipl.-Math.techn. S.Ritterbusch
Dr. H. Schon

26	27	28	29	30	$\sum$

Karlsruhe, den 05.12.2006

Mat.-Nr.: . . . .

Mat.-Nr.: . . . .

Mat.-Nr.: . . . .

6. Übungsblatt
zur Vorlesung Höhere Mathematik I für mach/ciw/mage

Aufgabe 26: Bestimmen Sie alle Häufungspunkte der Folgen mit den Gliedern

$$\text{(a)}\quad a_n = \left(\frac{1}{n} + 2(-1)^n\right), \qquad \text{(b)}\quad b_n = \left(\frac{5n+7}{n}\right) i^n.$$

Aufgabe 27: Die Folge (a_k) sei definiert durch

$$a_1 = 1, \quad a_{k+1} = \frac{a_k}{1 + \sqrt{1 + a_k^2}}, \quad k = 1, 2, \ldots$$

(a) Zeigen Sie, dass die Folge konvergiert und berechnen Sie ihren Grenzwert.

(b) Zeigen Sie, dass auch die Folge (b_k) mit $b_k = 2^k a_k$, $k = 1, 2, \ldots$ konvergiert.

Aufgabe 28: Die Folge (a_n) sei rekursiv definiert durch die Vorschrift

$$a_{n+1} = \frac{1}{5}(a_n^2 + 4).$$

Untersuchen Sie die entstehende Folge für die beiden Anfangswerte $a_0 = 2$ sowie $a_0 = 4$ auf Konvergenz und geben Sie die Grenzwerte an, falls diese existieren.

Aufgabe 29: Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch

$$f(x) = \frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{8}x^2 - \frac{9}{8}x + \frac{5}{8}.$$

Stellen Sie f in den Formen

$$f(x) = \sum_{j=0}^{3} b_j (x-1)^j \qquad \text{und} \qquad f(x) = \sum_{j=0}^{3} c_j (x+3)^j$$

dar. Bestimmen Sie mit Hilfe dieser Darstellungen die Nullstellen von f und zeigen Sie ohne Verwendung der Ableitung, dass bei $x = 1$ ein lokales Minimum und bei $x = -3$ ein lokales Maximum von f vorliegt.

Aufgabe 30: Gegeben sei $D \subseteq \mathbb{R}$ und die Funktion $f : D \to \mathbb{R}$ durch die Abbildungsvorschrift

$$\text{(a)}\ x \mapsto \frac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{x^2 - x - 2}, \qquad \text{(b)}\ x \mapsto \frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 2x + 5}.$$

Geben Sie jeweils den maximalen Definitionsbereich D von f an.

Bestimmen Sie in Teil (a) weiterhin den Wertebereich W von f.

Abgabe: bis spätestens Freitag, den 15.12.2006, 12:00 Uhr.