Gruppe

Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. T. Arens
Dipl.-Math.techn. S.Ritterbusch
Dr. H. Schon

31	32	33	34	35	$\sum$

Karlsruhe, den 12.12.2006

Mat.-Nr.: ....

Mat.-Nr.: ....

Mat.-Nr.: ....

7. Übungsblatt
zur Vorlesung Höhere Mathematik I für mach/ciw/mage

Aufgabe 31: Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 2x - x^2, & x \le 1, \\ 9 - 6x + x^2, & x > 1. \end{cases}$$

Bestimmen Sie möglichst große Intervalle, auf denen die Funktion umkehrbar ist. Geben Sie jeweils die Umkehrfunktion an und skizzieren Sie sie.

Aufgabe 32: Bestimmen Sie jeweils $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ für die folgenden Funktionen f und Zahlen x_0:

(a) $f(x) = \dfrac{x-2}{x^2-4}$ für $x > 2$, $\quad x_0 = 2$,

(b) $f(x) = \dfrac{\sqrt[4]{x} - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$ für $x > 1$, $\quad x_0 = 1$.

Aufgabe 33: Die Funktion $f(x)$, $x \in \mathbb{R}$, ist definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^4 - 10x^2 + 9}{x^2 - 4x + 3} & , \quad x \in \mathbb{R}\backslash\{1, 3\} \ , \\ y_1 & , \quad x = 1 \ , \\ y_2 & , \quad x = 3 \ . \end{cases}$$

Kann man y_1, y_2 so wählen, dass f auf $\mathbb{R}$ stetig ist? Bestimmen Sie die Werte oder begründen Sie gegebenenfalls, warum es nicht möglich ist.

Aufgabe 34: Auf $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ sei die Funktion f durch

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{12x - 9}{x^2 - 2x} & 1 < |x| < 3, \ x \ne 2 \\ p(x) & \text{sonst} \end{cases}$$

erklärt, wobei p ein Polynom ist. Das Polynom p soll so bestimmt werden, dass f stetig ist. Machen Sie einen Ansatz für p, und begründen Sie, dass dieser Ansatz zu einer eindeutigen Lösung führt. Bestimmen Sie anschließend das Polynom.

Aufgabe 35: Zeigen Sie: Die Gleichung

$$\frac{(a+b)x + a - b}{x^2 - 1} + \frac{c}{x - 2} = 1$$

besitzt stets eine Lösung im Intervall $[-1, 1]$ und im Intervall $[1, 2]$ für beliebige positive Zahlen a, b, c.

Abgabe: bis spätestens Freitag, den 22.12.2006, 12:00 Uhr.