Tutorium zum 8. Übungsblatt

Höhere Mathematik I für mach/ciw/mage

Aufgabe T29: Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

(a) $\left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2i}{3k+1}\right)$, (b) $\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k^4+1}}\right)$, (c) $\left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(8k^2+1)^{\frac{2}{3}}}\right)$.

Aufgabe T30: Gegeben sei die Reihe $\left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n\right)$ mit

$$a_n = \begin{cases} \frac{-1}{2^n} & \text{für } n \text{ gerade} \\ \frac{1}{4^n} & \text{für } n \text{ ungerade} \end{cases}$$

(a) Zeigen Sie mit dem Majorantenkriterium die absolute Konvergenz der Reihe.

(b) Zeigen Sie: Das Wurzelkriterium liefert auch die absolute Konvergenz der Reihe; mit dem Quotientenkriterium ist keine Aussage möglich.

(c) Schreiben Sie die Reihe als Summe von zwei geeigneten Reihen und berechnen Sie damit ihren Wert.

Aufgabe T31: Prüfen Sie jeweils mit dem Quotienten-, Wurzel- und dem Majoranten-/Minorantenkriterium nach, ob die folgenden Reihen konvergieren oder divergieren.

(a) $\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)}\right)$, (b) $\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{i^k}{k^k}\right)$, (c) $\left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{2k+1}\right)$.

Aufgabe T32: (a) Zeigen Sie, dass die Reihe

$$\sum_{k=2}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k}{k^2-1}$$

konvergiert, aber nicht absolut konvergiert.
(b) Bestimmen Sie eine Zahl $N \in \mathbb{N}$ so, dass jede Partialsumme

$$s_n = \sum_{k=2}^{n} (-1)^{k+1} \frac{k}{k^2-1},$$

um höchstens $\frac{1}{10}$ vom Grenzwert der Reihe abweicht, falls $n \geq N$ ist.

Tutorien: Montag, den 8.1.2007, bis Mittwoch, den 10.1.2007.