Gruppe

Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. T. Arens
Dipl.-Math.techn. S.Ritterbusch
Dr. H. Schon

36	37	38	39	40	$\sum$

Karlsruhe, den 19.12.2006

Mat.-Nr.: ....

Mat.-Nr.: ....

Mat.-Nr.: ....

8. Übungsblatt
zur Vorlesung Höhere Mathematik I für mach/ciw/mage

Aufgabe 36: Bestimmen Sie das Konvergenzverhalten der folgenden Reihen und berechnen Sie jeweils die ersten Partialsummen bis einschlielich s_4.

$$\text{(a)} \left(\sum_{\nu=1}^{\infty}\left(\frac{i}{\nu(\nu+1)}-\frac{4}{\nu}\right)\right) \quad , \qquad \text{(b)} \left(\sum_{\nu=1}^{\infty}(-1)^{\nu}\frac{2\nu+1}{\nu(\nu+1)}\right).$$

Aufgabe 37: Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz

$$\text{(a)} \left(\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{3+4i}{6}\right)^{n}\right), \qquad \text{(b)} \left(\sum_{\nu=2}^{\infty}(-1)^{\nu}\frac{\sqrt{\nu^2-4}}{\nu^2}\right), \qquad \text{(c)} \left(\sum_{k=8}^{\infty}\frac{k+7\sqrt{k}}{k^3-k}\right).$$

Aufgabe 38: Zeigen Sie, dass die Reihe $\left(\sum\limits_{k=1}^{\infty}\frac{4(k+1)}{k^2(k+2)^2}\right)$ konvergiert. Bestimmen Sie ferner zwei Zahlen c_1, c_2 so, dass

$$\frac{4(k+1)}{k^2(k+2)^2}=\frac{c_1}{k^2}+\frac{c_2}{(k+2)^2}$$

für alle $k \in \mathbb{N}$ gilt. Berechnen Sie damit den Grenzwert der Reihe.

Aufgabe 39: Untersuchen Sie die Reihe $\left(\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n\right)$ auf Konvergenz und absolute Konvergenz, wenn

$$\text{(a) } a_n=\frac{n}{2^n}, \qquad \text{(b) } a_n=\frac{\sqrt{n+\frac{1}{n}}}{n}.$$

Geben Sie im Konvergenzfall einen Index N an, so daß die Partialsummen s_n, $n \geq N$, um höchstens 10^{-2} vom Grenzwert abweichen.

Aufgabe 40: Untersuchen Sie die folgenden Reihen mit dem Quotienten- oder Wurzelkriterium auf Konvergenz

$$\text{(a)} \left(\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{9i}{10}+\frac{1}{k}\right)^{k}\right), \qquad \text{(b)} \left(\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(k+1)!}{(2k)!}\right),$$

$$\text{(c)} \left(\sum_{k=0}^{\infty}\frac{k!i^k}{k^k}\right), \qquad \text{(d)} \left(\sum_{k=0}^{\infty}\frac{4^k(1+2k)^k(1-k)^k}{(3+k)^{2k}2^k}\right).$$

Abgabetermin: Freitag, der 12.1.2007, 12:00 Uhr.

Frohe Weihnachten
und ein gutes Neues Jahr 2007!