

12. Übung (31.01.2008).

Zu behandelnde Konzepte:

- Mittelwertsatz der Differentialrechnung
- l'Hospital'sche Regeln
- Taylorreihe und Taylorformel.

1. Aufgabe: Zeigen Sie $|e^{i\varphi} - 1| \leq \varphi$ für $\varphi \geq 0$
mit Hilfe des Mittelwertsatzes der Differentialrechnung.

2. Aufgabe: Berechnen Sie den Grenzwert
$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + e^{-x})^{\cot(1/x)}.$$

3. Aufgabe: Sei $f(x) = \frac{\sin(x)}{x} = \operatorname{sinc}(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

(a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom von f bis zum Grad $n=2$ in mit Entwicklungspkt $x_0 = 0$.

(b) Bestimmen Sie eine Näherung zu $f(\frac{1}{2})$.

(c) Geben Sie den maximalen Fehler $|f(\frac{1}{2}) - p_2(\frac{1}{2})|$ an, unter der Voraussetzung, dass $|f'''(x)| < \frac{1}{4}$ für alle $x \in \mathbb{R}$.