

Universität Karlsruhe (TH)
 Institut für Algebra und Geometrie
 PD Dr. F. Hettlich
 Dipl.-Math.techn. S. Ritterbusch
 Dipl.-Math.techn. A. Schkarbanenko

46	47	48	49	50	Σ

Karlsruhe, den 15.01.2008

Matrikel-Nr.:

Matrikel-Nr.:

10. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik I für biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe 46: Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihen:

(a) $\left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+2}{2^k} x^k \right),$ (b) $\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2+x)^{2k}}{\left(2+\frac{1}{k}\right)^k} \right),$ (c) $\left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{3^{k+2}}{2^k} x^k \right).$

Aufgabe 47: Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Potenzreihe

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} [\sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2+1}]^n (x+1)^n \right).$$

Aufgabe 48: Gegeben ist die Folge

$$a_1 = \frac{1}{e}, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{e + a_n e^{n+1}} \text{ für } n \in \mathbb{N}.$$

- (a) Zeigen Sie $a_n > 0$, und dass die Folge monoton ist.
- (b) Bestimmen Sie eine geschlossene Darstellung für a_n .
- (c) Es gilt

$$\ln x = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k} (x-1)^k, \quad \text{für } |x-1| < 1.$$

Bestimmen Sie damit $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Aufgabe 49: Bestimmen Sie alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ der Gleichung

$$\cosh z - \frac{1}{2}(1-8i)e^{-z} = 2 + 2i.$$

Aufgabe 50: Berechnen Sie alle komplexen Lösungen z der Gleichung

$$2 \sin z \cos z = \operatorname{Im} z.$$

Hinweis: Die Gleichung

$$(-1)^k \cosh x = x/2$$

hat für kein $k \in \mathbb{Z}$ eine reelle Lösung.

10. Tutorium
zur Vorlesung Höhere Mathematik I für
biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe T37: Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihen:

(a) $\left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{3(k+2)!} \right)$, (b) $\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^{2k} \cdot 2^k}{\left(1 + \frac{1}{k}\right)^k} \right)$, (c) $\left(\sum_{k=0}^{\infty} k^k z^k \right)$.

Aufgabe T38: Gesucht ist die Potenzreihe $\left(\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \right)$ zu der Funktion

$$f(x) = \frac{e^x}{1-x}, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}.$$

(a) Zeigen Sie $a_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$.

(b) Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Potenzreihe?

Aufgabe T39: Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Potenzreihe

$$\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{\sqrt{8^n}} \binom{n}{2} x^{3n} \right).$$

Aufgabe T40: Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für die

$$\cos z + \sin z = \frac{3}{2}$$

gilt.

Tutorien: Montag, den 21.01.2008, bis Mittwoch, den 23.01.2008.

Vorgehen zum Anmelden für die Klausur HM I

- Sofern Sie die Kriterien für das Übungstestat erfüllt haben, erhalten Sie von Ihrer Tutorin oder Ihrem Tutor eine Bescheinigung, mit der Sie sich für die Klausur anmelden können.
- Vervollständigen Sie die Angaben, unterschreiben Sie die Erklärung im unteren Teil der Bescheinigung und werfen Sie diese in den gekennzeichneten Einwurfschlitz vor Zimmer 208.1 im Mathematikgebäude.
- **Anmeldeschluss ist Donnerstag, 14.2.2008 um 15 Uhr.**