Gruppe

Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
PD Dr. F. Hettlich
Dipl.-Math.techn. S. Ritterbusch
Dipl.-Math.techn. A. Schkarbanenko

11	12	13	14	15	$\sum$

Karlsruhe, den 13.11.2007

Matrikel-Nr.: ....

Matrikel-Nr.: ....

3. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik I für biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe 11:

(a) Zeigen Sie, dass die Geraden

$$G : x(t) = (1, 2, 5)^\top + t(-1, 1, 2)^\top \quad \text{und} \quad H : y(s) = (3, -1, 2)^\top + s(1, 1, 0)^\top$$

windschief sind, d.h nicht parallel sind und keine gemeinsamen Punkte haben.

(b) Bestimmen sie eine Gleichung derjenigen Ebene, die zu G und H parallel ist und zu beiden Geraden den gleichen Abstand hat.

Aufgabe 12: Gegeben sind zwei Teilmengen von $\mathbb{R}^3$: $E := \{x \in \mathbb{R}^3 : x_1 - x_3 = 0\}$ und F : eine Ebene durch die Punkte $A = (4|0|0)$, $B = (3|0|1)$, $C = (2|1|0)$.

(a) Stellen Sie diese Mengen in Parameterform dar.

(b) Bestimmen Sie die Schnittmenge $G = E \cap F$.

(c) Welche der Mengen G, E, F ist ein Unterraum von $\mathbb{R}^3$? Begründen Sie ihre Antwort.

Aufgabe 13: Bestimmen Sie jeweils alle Lösungen:

(a) $$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & -1 \\ 3x & - & y & + & 2z & = & 7 \\ 5x & + & 3y & - & 4z & = & 2 \end{array}$$

(b) $$\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & y & - & 2z & = & 10 \\ 3x & + & 2y & + & 2z & = & 1 \\ 5x & + & 4y & + & 3z & = & 4 \end{array}$$

(c) $$\begin{array}{rcrcrcr} x & + & 2y & - & 3z & = & 6 \\ 2x & - & y & + & 4z & = & 2 \\ 4x & + & 3y & - & 2z & = & 14 \end{array}.$$

Aufgabe 14: Bestimmen Sie alle Lösungen der linearen Gleichungssysteme:

(a) $$\begin{array}{rrrrcr} x_1 & +3x_2 & -x_3 & +x_4 & = & 1 \\ 2x_1 & +x_2 & +16x_3 & +x_4 & = & 11 \\ -x_1 & +2x_2 & & +2x_4 & = & 0 \\ & x_2 & +3x_3 & +x_4 & = & 2 \end{array}$$

(b) $$\begin{array}{rcrcr} (1+i)x_1 & - & ix_2 & = & 2+3i \\ (2+i)x_1 & + & (3-i)x_2 & = & 4+7i \end{array}$$

Aufgabe 15: Bestimmen Sie die Lösbarkeit des folgenden linearen Gleichungssystems in Abhängigkeit von α:

$$\begin{array}{rcrcrcr} \alpha^2 x & + & (2\alpha^2-4)y & + & (2\alpha^2+1)z & = & \alpha-10 \\ 2x & + & y & + & 5z & = & -6 \\ \alpha^2 x & + & (2\alpha^2+1)y & + & 2\alpha^2 z & = & \alpha+2 \end{array}$$

Abgabetermin: Donnerstag, den 22.11.2007, 13:00 Uhr, in den Fächern bei Zimmer 208.1 im Mathematikgebäude.

3. Tutorium
zur Vorlesung Höhere Mathematik I für
biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe T9:

(a) Schneiden sich die Geraden
$G_1 \; : x(\lambda) = (-2, 5, 1)^\top + \lambda(3, -4, 2)^\top \quad , \lambda \in \mathbb{R}$ und
G_2, die die Punkte mit den Ortsvektoren $(1, 3, -4)^\top$, $(0, 5, -7)^\top$ und $(2, 1, -1)^\top$ passiert?

(b) Bestimmen Sie die Schnittgerade der Ebenen
$E_1 \; : \quad x(\alpha, \beta) = (2, 0, 0)^\top + \alpha(1, 2, 0)^\top + \beta(0, 4, 1)^\top$
E_2, die auf den Punkten mit den Ortsvektoren $(1, 0, 0)^\top$, $(3, 0, 1)^\top$ und $(1, 2, 3)^\top$ liegt.

Aufgabe T10: Bestimmen Sie mit Hilfe des Gaußschen Eliminationsverfahren jeweils alle Lösungen.

(a)
$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & y & - & 2z & = & 10 \\ 3x & + & 2y & + & 2z & = & 1 \\ 5x & + & 4y & + & 3z & = & 4 \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{rcrcr} (-1+3i)z_1 & + & (2+3i)z_2 & = & -12+11i \\ (-1+2i)z_1 & + & (1+2i)z_2 & = & -9+6i \end{array}$$

Aufgabe T11: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden linearen Gleichungssysteme:

(a)
$$\begin{array}{rrrcr} -3x_1 & +x_2 & +x_3 & = & 3 \\ -2x_1 & -2x_2 & +x_3 & = & 1 \\ -2x_1 & -x_2 & +x_3 & = & 2 \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{rrrcr} x_1 & +2x_2 & +4x_3 & = & 3 \\ 4x_1 & +7x_2 & +x_3 & = & 2 \\ -2x_1 & -3x_2 & +7x_3 & = & 4 \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{rrrcr} -5x_1 & +6x_2 & +5x_3 & = & 1 \\ 5x_1 & -9x_2 & -5x_3 & = & 0 \\ 2x_1 & +5x_2 & -2x_3 & = & 2 \end{array}$$

(d)
$$\begin{array}{rrrcr} 4x_1 & +4x_2 & -5x_3 & = & -1 \\ 4x_1 & -3x_2 & -9x_3 & = & 2 \\ -3x_1 & -6x_2 & +2x_3 & = & 2 \\ -6x_1 & -7x_2 & +7x_3 & = & 2 \end{array}$$

Aufgabe T12: Gegeben ist die Gerade $G : x(s) = (5, 1, -1)^\top + s(4, 0, -3)^\top, \; s \in \mathbb{R}$, sowie die beiden Punkte $P_\alpha = (0|2|4\alpha)$, $\alpha \in \mathbb{R}$ und $Q = (0|2|2)$.

(a) Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Geraden H_α, die durch die Punkte P_α und Q verläuft.

(b) Sind G und H_α Unterräume von $\mathbb{R}^3$? Wie sind diese eventuell zu ändern, damit sie zu Unterräumen werden?

Tutorien: Montag, den 19.11.2007, bis Mittwoch, den 21.11.2007.