

1	2	3	4	5	Σ

Gruppe

Karlsruhe, den 27.10.2009

Matrikel-Nr.:

Matrikel-Nr.:

1. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik I für biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe 1: Zwei Teilmengen $A, B \subseteq \mathbb{R}$ seien definiert durch

$$A := \{x \in \mathbb{R} : |x^2 - 2| \leq 4 - x\} \quad \text{und} \quad B := \left\{ x \in \mathbb{R} : 1 - |x - 2| < \frac{1}{2} |x - 3| \right\}.$$

Schreiben Sie die Mengen $A \cup B$, $A \cap B$ und $A \setminus B$ als Intervalle oder Vereinigungen von Intervallen.

Aufgabe 2: Berechnen Sie folgende Summen:

$$(a) \sum_{n=7}^{42} \left(\frac{1}{3}\right)^n, \quad (b) \sum_{m=-1}^8 (n+1)^3, \quad (c) \sum_{\mu=0}^1 \sum_{\nu=2}^4 \frac{1}{\mu + \nu^2}.$$

Aufgabe 3:

(a) Berechnen Sie die folgenden Summen

$$(i) \sum_{k=0}^5 \binom{5}{k}, \quad (ii) \sum_{n=3}^5 \frac{\binom{n}{3}}{n!}.$$

(b) Beweisen Sie die Rechenregel für die Binomialkoeffizienten

$$\binom{n}{m} \cdot \binom{m}{r} = \binom{n}{r} \cdot \binom{n-r}{m-r}, \quad n \geq m \geq r \geq 0.$$

Aufgabe 4: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden linearen Gleichungssysteme:

$$(a) \begin{array}{rrcr} -6x_1 & -9x_2 & +x_3 & = & -8 \\ -6x_1 & -7x_2 & -x_3 & = & -4 \end{array} \quad (b) \begin{array}{rrcr} 5x_1 & +3x_2 & -2x_3 & = & 2 \\ -2x_1 & -2x_2 & +3x_3 & = & 0 \\ -8x_1 & -2x_2 & -5x_3 & = & -4 \end{array}$$

$$(c) \begin{array}{rrcr} -3x_1 & +4x_2 & -3x_3 & = & -5 \\ 3x_1 & -2x_2 & +3x_3 & = & 7 \\ -2x_1 & +4x_2 & -2x_3 & = & -1 \end{array}$$

Aufgabe 5: Bestimmen Sie alle Lösungen des linearen Gleichungssystems

$$\begin{array}{rrcr} 3x_1 & & +x_3 & -x_4 & = & 4 \\ -8x_1 & & +\alpha x_2 & -(\alpha+2)x_3 & +x_4 & = & -8 \\ -8x_1 & -(2\alpha+6)x_2 & +(2\alpha+5)x_3 & -2x_4 & = & 2\beta \\ -4x_1 & -(2\alpha+2)x_2 & +2\alpha x_3 & +3x_4 & = & -1 + \beta \end{array}$$

in Abhängigkeit von den Parametern $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

1. Tutorium
zur Vorlesung Höhere Mathematik I für
biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe T1: Bestimmen Sie die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, die die folgende Bedingung erfüllen:

$$(a) \quad \frac{(x+1)(3-x)}{(x+5)^2} \leq 0, \quad (b) \quad |x|^3 = x^3 + 2x^2 - 3x.$$

Aufgabe T2: Berechnen Sie folgende Summen:

$$(a) \quad \sum_{n=17}^{63} n, \quad (b) \quad \sum_{n=1}^8 (n-1/2)^2, \quad (c) \quad \sum_{\nu=1}^4 \sum_{k=1}^{\nu} \nu(\nu-k).$$

Aufgabe T3:

(a) Berechnen Sie die folgenden Summen

$$(i) \quad \sum_{n=-1}^1 \binom{5}{4}, \quad (ii) \quad \sum_{n=4}^7 \binom{n}{4}.$$

(b) Beweisen Sie die Rechenregel für die Binomialkoeffizienten

$$\binom{n}{r} = \frac{n}{r} \cdot \binom{n-1}{r-1}, \quad n \geq r \geq 1;$$

Aufgabe T4:

(a) Bestimmen Sie die Lösungen des Gleichungssystems

$$\begin{array}{rccccrcr} x_1 & - & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ 2x_1 & + & x_2 & - & x_3 & + & 2x_4 & = & 0 \\ 3x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & & & = & 3 \end{array}$$

(b) Für welche reellen Zahlen α und β ist das folgende lineare Gleichungssystem (i) eindeutig lösbar, (ii) mehrdeutig lösbar und (iii) unlösbar?

$$\begin{array}{rcl} \alpha x_1 + x_2 + 2x_3 & = & 1 \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 & = & \beta \\ 2x_1 + \quad \quad 2x_3 & = & 2 \end{array}$$

Alle aktuellen Informationen zur Veranstaltung finden Sie auf der Internetseite unter:
<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/iag1/lehre/hm1mach2009w/de>

Tutorien: Freitag, den 30.10.2009, bis Dienstag, den 3.11.2009.