

56	57	58	59	60	Σ

Gruppe

Karlsruhe, den 26.01.2010

Matrikel-Nr.:

Matrikel-Nr.:

12. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik I für biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe 56: Verifizieren Sie den Mittelwertsatz der Integralrechnung

$$\int_0^1 f(x)g(x) dx = f(\xi) \int_0^1 g(x) dx$$

im Falle der Funktionen $f(x) = x^2$, $g(x) = x$, $x \in [0, 1]$ durch Angabe einer Zwischenstelle $\xi \in (0, 1)$ mit der behaupteten Eigenschaft.

Aufgabe 57: Berechnen Sie mittels partieller Integration folgende Integrale,

$$(a) \int_0^1 t \cdot \arctan(t) dt, \quad (b) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3(t) \cdot \cos(t) dt.$$

Benutzen Sie partielle Integration auch zur Berechnung folgender unbestimmter Integrale,

$$(c) \int \sin^2(x) dx, \quad (d) \int x^2 \cdot \ln(x) dx.$$

Aufgabe 58: Lösen Sie mit Hilfe der Substitution $u = \tan(\frac{x}{2})$:

$$\int \frac{2}{\tan(\frac{x}{2}) + \cos(x) - \sin(x)} dx.$$

Aufgabe 59: Berechnen Sie mit Hilfe der Partialbruchzerlegung

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 3x + 18}{x^3 + x^2 + 4x + 4} dx.$$

Aufgabe 60: Ein Löschwasserteich wird über vier Zuleitungen gespeist. Zum Zeitpunkt $t = 0$ beinhaltet der Teich 100 Liter Wasser. Danach fließt im Zeitraum $0 \leq t \leq 1$ über das erste Rohr eine Wassermenge von $\frac{\ln 2}{2^t}$ Litern pro Sekunde [l/sec] zu (oder ab), und gleichzeitig fließen $9te^{-3t} + \frac{2}{1+t^2}$ l/sec über das zweite Rohr. Im Zeitraum $0 \leq t \leq 4$ fließen über das dritte Rohr $\frac{-1}{4\sqrt{t}}$ l/sec. Die letzte Zuleitung ist erst ab $t \geq c \geq 4$ aktiv mit $\frac{1}{t^2}$ l/sec. Bestimmen Sie das Wasservolumen im Teich für $t = 2c$ sec.

Abgabetermin: Donnerstag, den 4.02.2010, 12:00 Uhr, in den Abgabekästen bei Seminarraum 1C-03 im ersten Stock des Gebäudeteils C im Allianzgebäude (05.20).

12. Tutorium
zur Vorlesung Höhere Mathematik I für
biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe T45: Berechnen Sie die folgenden Stammfunktionen mit partieller Integration.

(a) $\int x^2 \sin x dx,$ (b) $\int \arctan \frac{1}{x-1} dx,$ (c) $\int (\ln y)^2 dy.$

(d) Zeigen Sie außerdem, dass die folgende Gleichung gilt: $\int_0^{2\pi} \cos^2 x dx = \int_0^{2\pi} \sin^2 x dx = \pi.$

Aufgabe T46: Berechnen Sie die folgenden Integrale mit geeigneten Substitutionen:

(a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) \cdot e^{\sin(x)} dx,$ (b) $\int \frac{2x+7}{x^2+7x+3} dx,$ (c) $\int \frac{\cos(\ln(x))}{x} dx,$ (d) $\int \frac{1+\ln(x)}{x-x\ln(x)} dx.$

Aufgabe T47: Berechnen Sie mittels Partialbruchzerlegung das bestimmte Integral

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{(x-2) dx}{x^3 + 2x^2 - x - 2} .$$

Aufgabe T48:

Ein 30 cm langer Messingstab hat als Querschnitt einen Kreis mit Durchmesser 4 mm, der an einer Seite um 1 mm abgeflacht ist (siehe Skizze). Messing hat die Dichte $8,4 \text{ g/cm}^3$. Wie schwer ist der Stab?

