

1	2	3	4	5	Σ

Gruppe

Karlsruhe, den 18.10.2012

Matrikel-Nr.:

Matrikel-Nr.:

1. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik I für biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe 1: Die Teilmengen $A, B, C \subseteq \mathbb{R}$ seien definiert durch

$$A := [-4, -1], B := \{-3, -2, 0, 3\} \text{ und } C := [-2, 4].$$

- (a) Bestimmen Sie die Mengen $A \cup C$, $A \cap B$ und $(A \setminus C) \cup (C \setminus A)$,
- (b) bestimmen Sie die größte Menge $M \subseteq \mathbb{R}$, so dass $(M \setminus A) \subseteq (B \cup C)$.

Aufgabe 2: Zwei Teilmengen $A, B \subseteq \mathbb{R}$ seien definiert durch

$$A := \{x \in \mathbb{R} : |x^2 - 2| \leq 4 - x\} \quad \text{und} \quad B := \left\{x \in \mathbb{R} : 1 - |x - 2| < \frac{1}{2} |x - 3|\right\}.$$

Schreiben Sie die Mengen $A \cup B$, $A \cap B$ und $A \setminus B$ als Intervalle oder Vereinigungen von Intervallen.

Aufgabe 3: Berechnen Sie folgende Summen:

$$(a) \sum_{n=7}^{42} \left(\frac{1}{3}\right)^n, \quad (b) \sum_{m=-1}^8 (n+1)^3 \text{ mit } n \in \mathbb{N}, \quad (c) \sum_{\mu=0}^1 \sum_{\nu=2}^4 \frac{1}{\mu + \nu^2}.$$

Aufgabe 4:

- (a) Berechnen Sie die folgenden Summen

$$(i) \sum_{k=0}^5 \binom{5}{k}, \quad (ii) \sum_{n=3}^5 \frac{\binom{n}{3}}{n!}.$$

- (b) Seien $n, m, r \in \mathbb{N}$ mit $n \geq m \geq r \geq 0$. Beweisen Sie die Rechenregel für die Binomialkoeffizienten

$$\binom{n}{m} \cdot \binom{m}{r} = \binom{n}{r} \cdot \binom{n-r}{m-r}.$$

Aufgabe 5: Sei $n \in \mathbb{N}$.

- (a) Es gilt $(n+1)^3 = \sum_{k=0}^n (k+1)^3 - \sum_{k=0}^n k^3$. Warum?

- (b) Verwenden Sie die obige Gleichung zur Berechnung von $\sum_{k=1}^n k^2$.

1. Tutorium
zur Vorlesung Höhere Mathematik I für
biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe T1: Bestimmen Sie die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, die die folgende Bedingung erfüllen:

$$(a) \quad \frac{(x+1)(3-x)}{(x+5)^2} \leq 0, \quad (b) \quad |x|^3 = x^3 + 2x^2 - 3x.$$

Aufgabe T2: Berechnen Sie folgende Summen:

$$(a) \quad \sum_{n=17}^{63} n, \quad (b) \quad \sum_{n=1}^8 (n-1/2)^2, \quad (c) \quad \sum_{\nu=1}^4 \sum_{k=1}^{\nu} \nu(\nu-k).$$

Aufgabe T3:

(a) Berechnen Sie die folgenden Summen

$$(i) \quad \sum_{n=-1}^1 \binom{5}{4}, \quad (ii) \quad \sum_{n=4}^7 \binom{n}{4}.$$

(b) Seien $n, r \in \mathbb{N}$ mit $n \geq r \geq 1$. Beweisen Sie die Rechenregel für die Binomialkoeffizienten

$$\binom{n}{r} = \frac{n}{r} \cdot \binom{n-1}{r-1}.$$

Alle aktuellen Informationen zur Veranstaltung finden Sie auf der Internetseite:
<http://www.math.kit.edu/iag1/lehre/hm1mach2012w/>

Tutorien: Dienstag, den 23.10.2012, bis Donnerstag, den 25.10.2012.