

46	47	48	49	50	$\Sigma$

Gruppe
--------

Karlsruhe, den 20. Juni 2013

Matrikel-Nr.: .....

Matrikel-Nr.: .....

## 10. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik II für biw/ciw/mach/mage/vt

**Aufgabe 46:** Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$(2 + x)y''(x) + y'(x) = 1$$

lässt sich durch eine Potenzreihe um den Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$  angeben. Bestimmen Sie deren Konvergenzradius.

**Aufgabe 47:** Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$(x^2 + 2x + 2)y''(x) + 2(x + 1)y'(x) - 2y(x) = 0, \quad y(-1) = 1, \quad y'(-1) = 0$$

mit einem Potenzreihenansatz. Geben Sie die Koeffizienten explizit an.

**Aufgabe 48:** Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x^2y''(x) + x^3y'(x) - 6y(x) = 0.$$

Verwenden Sie einen verallgemeinerten Potenzreihenansatz  $y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^{k+\lambda}$ .

Bei einer unendlichen Potenzreihe im Ergebnis genügt es hier, deren Koeffizienten rekursiv zu definieren.

**Aufgabe 49:** Berechnen Sie für  $f(t) = e^{3t}$  das Parameterintegral

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt.$$

Für welche  $s$  existiert das Integral? Zeigen Sie  $\frac{dF(s)}{ds} = \int_0^{\infty} (-t)e^{3t}e^{-st} dt$ .

**Aufgabe 50:** Zeigen Sie die Stetigkeit und Differenzierbarkeit des folgenden Parameterintegrals für  $t \in \mathbb{R}$ :

$$J(t) = \int_0^1 \arctan(tx) dx.$$

Berechnen Sie die Ableitung  $J'(t)$ . Besitzt die Ableitung einen Grenzwert für  $t \rightarrow 0$ ?

**10. Tutorium**  
**zur Vorlesung Höhere Mathematik II für**  
**biw/ciw/mach/mage/vt**

**Aufgabe T28:** Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme mit einem Potenzreihenansatz. Geben Sie die Koeffizienten explizit an.

(a)  $(2x - x^2)y''(x) + (1 - x)y'(x) = 0, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 0$

(b)  $(x^2 + 1)u''(x) - 6u(x) = 0, \quad u(0) = 0, \quad u'(0) = 1$

(c)  $(x^2 + 1)u''(x) - 6u(x) = 0, \quad u(0) = 1, \quad u'(0) = 0$

Bestimmen Sie zusätzlich den Konvergenzradius der Lösung in (c), sowie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung  $(x^2 + 1)u''(x) - 6u(x) = 0$ .

**Aufgabe T29:** Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x^2y''(x) + x^2y'(x) - 2y(x) = 0$$

mit dem erweiterten Potenzreihenansatz  $y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^{k+\lambda}$ . Geben Sie die Koeffizienten explizit an.

**Aufgabe T30:** Berechnen Sie für  $s > 0$  das Integral  $F(s) := \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$  für die Funktionen

(a)  $f(x) = 3e^{4x} + 2$       (b)  $f(x) = e^{-x} \cos(2x)$ .

Alle aktuellen Informationen zur Veranstaltung finden Sie im Internet unter  
<http://www.math.kit.edu/iag1/lehre/hm2mach2013s/>

**Tutorien:** Montag, den 24. Juni 2013, bis Mittwoch, den 26. Juni 2013.