Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Algebra und Geometrie
PD Dr. F. Hettlich
Dr. M. J. Krause
Dipl.-Math. J. Stompe

6	7	8	9	10	$\sum$

Gruppe

Karlsruhe, den 25.10.2012

Matrikel-Nr.: ....

Matrikel-Nr.: ....

Matrikel-Nr.: ....

2. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik I für biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe 6: Bestimmen Sie alle Lösungen der folgenden reellen linearen Gleichungssysteme:

(a)
$$\begin{array}{rrrcr} -6x_1 & -9x_2 & +x_3 & = & -8 \\ -6x_1 & -7x_2 & -x_3 & = & -4 \end{array}$$

(b)
$$\begin{array}{rcrcrcrcr} 2x_1 & + & x_2 & + & 4x_3 & + & 3x_4 & = & 0 \\ -x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & - & x_4 & = & 4 \\ 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & - & 2x_4 & = & 0 \\ 4x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 0 \end{array}$$

(c)
$$\begin{array}{rrrcr} -3x_1 & +4x_2 & -3x_3 & = & -5 \\ 3x_1 & -2x_2 & +3x_3 & = & 7 \\ -2x_1 & +4x_2 & -2x_3 & = & -1 \end{array}$$

Aufgabe 7: Bestimmen Sie die Lösbarkeit des folgenden reellen linearen Gleichungssystems in Abhängigkeit von $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rcrcrcr} \alpha^2 x & + & (2\alpha^2-4)y & + & (2\alpha^2+1)z & = & \alpha - 10 \\ 2x & + & y & + & 5z & = & -6 \\ \alpha^2 x & + & (2\alpha^2+1)y & + & 2\alpha^2 z & = & \alpha + 2 \end{array}$$

Aufgabe 8: a) Beweisen Sie mit vollständiger Induktion:

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 \quad , \quad n \in \mathbb{N} \; .$$

b) Zeigen Sie, dass gilt:

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \Big(\sum_{k=1}^{n} k\Big)^2 \quad , \quad n \in \mathbb{N} \; .$$

Hinweis zu Aufgabe 8: die erste Vorlesung aus diesem Semester könnte Ihnen hilfreich sein.

Aufgabe 9: Zeigen Sie durch vollständige Induktion

$$2^n \geq n^2, \quad n \in \mathbb{N}_{\geq 4}.$$

Aufgabe 10: Beweisen Sie folgende Aussage:

$$\sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} k^2 = (-1)^{n-1} \binom{n+1}{2}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Abgabetermin: Montag, den 05.11.2012, 12:00 Uhr, in den Abgabekasten bei Seminarraum Z1 im Gebäude 01.85 (Fritz-Erler-Str. 1-3).

2. Tutorium
zur Vorlesung Höhere Mathematik I für
biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe T4:

(a) Bestimmen Sie die Lösungen des reelen Gleichungssystems

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x_1 & - & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ 2x_1 & + & x_2 & - & x_3 & + & 2x_4 & = & 0 \\ 3x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & & & = & 3 \end{array}$$

(b) Für welche reellen Zahlen α und β ist das folgende reelle lineare Gleichungssystem (i) eindeutig lösbar, (ii) mehrdeutig lösbar und (iii) unlösbar?

$$\begin{aligned} \alpha x_1 + x_2 + 2x_3 &= 1 \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 &= \beta \\ 2x_1 + \qquad 2x_3 &= 2 \end{aligned}$$

Aufgabe T5: Beweisen Sie durch vollständige Induktion nach $n \in \mathbb{N}$:

(a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2} \leq 2 - \frac{1}{n}$, (b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(3k-2)(3k+1)} = \frac{n}{3n+1}$.

Aufgabe T6: Beweisen Sie mit vollständiger Induktion nach $n \in \mathbb{N}$:

(a)

$$\sum_{k=2}^{n} \frac{4}{(k-1)k(k+1)} = 1 - \frac{2}{n(n+1)} \qquad \text{für} \quad n \geq 2 \ ,$$

(b)

$$\sum_{l=0}^{n} \binom{n}{l} = 2^n \qquad \text{für} \quad n \geq 0 \ .$$

Alle aktuellen Informationen zur Veranstaltung finden Sie auf der Internetseite unter:
`www.math.kit.edu/iag1/lehre/hm1mach2012w/`

Tutorien: Dienstag, den 30.10.2012, Mittwoch, den 31.10.2012. Donnerstag, der 01.11.2012 ist ein Feiertag, als Ersatz findet ein Hörsaltutorium am Freitag, den 02.11.2012 in Hörsaal 37, 15:45 bis 17:15 Uhr statt.