

11	12	13	14	15	Σ

Gruppe

Karlsruhe, den 31.10.2012

Matrikel-Nr.:

Matrikel-Nr.:

Matrikel-Nr.:

3. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik I für biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe 11: Gegeben seien die komplexen Zahlen $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 2 - 3i$, $z_3 = \sqrt{3} + i$. Berechnen Sie

- (a) Real- und Imaginärteil der komplexen Zahlen \bar{z}_j , $-z_j$, $z_j \bar{z}_j$, $\frac{1}{z_j}$, $z_j - \bar{z}_j$ und $|z_j|$, jeweils für $j = 1, 2$, sowie der Zahlen

$$\frac{z_1}{z_1 + z_2} \quad \text{und} \quad z_1^3 z_2^2,$$

- (b) die Polarkoordinatendarstellung (r, φ) von z_3 , wobei φ dem Hauptwert des Arguments von z_3 entspricht.

Aufgabe 12: Skizzieren Sie die Menge aller komplexen Zahlen z , die der jeweiligen Bedingung genügen:

- (a) $|\operatorname{Re} z| + |\operatorname{Im} z| \leq 4$,
 (b) $|z|^2 \leq 2 \operatorname{Re} z$,
 (c) $z^4 + (2i + 2)z^2 + 4i = 0$.

Aufgabe 13: Berechnen Sie Real- und Imaginärteil der Zahl $z = (1 + i)^5$

- (a) mit Hilfe der allgemeinen binomischen Formel,
 (b) unter Verwendung der Polardarstellung von $1 + i$.
 (c) Nach welcher der in (a) bzw. (b) genannten Methode sollte man also $w = (1 - i)^{17}$ berechnen? Bestimmen Sie $\operatorname{Re} w$ und $\operatorname{Im} w$.

Aufgabe 14: Für welche $\alpha \in \mathbb{C}$ hat das lineare Gleichungssystem ($z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$)

$$\begin{array}{rclcl} (i\alpha - i)z_1 & + (i\alpha^2 - i)z_2 & - (1 + i)z_3 & = & -2 - 2i \\ (i - 1)z_1 & + (i - 1)z_2 & - iz_3 & = & -1 - i \\ z_1 & + z_2 & - z_3 & = & -1 \end{array}$$

- (a) keine Lösung?
 (b) unendlich viele Lösungen? Bestimmen Sie diese.

Aufgabe 15: Zeigen Sie mit vollständiger Induktion für $n \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$:

$$\sum_{k=0}^{2n} i^k k = \begin{cases} n(1 - i), & \text{wenn } n \text{ gerade} \\ -(n + 1) + ni, & \text{wenn } n \text{ ungerade} \end{cases}.$$

3. Tutorium
zur Vorlesung Höhere Mathematik I für
biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe T7:

(a) Für die komplexen Zahlen

i) $z = 3 - i$

ii) $z = 3 + 4i$

zerlege man die Zahlen \bar{z} , $-z$, $z\bar{z}$, $\frac{1}{z}$, $z - \bar{z}$, $|z|$ in Real- und Imaginärteil und veranschauliche die Ergebnisse in der komplexen Ebene.

(b) Berechnen Sie die Polarkoordinaten $(r, \text{Arg } z)$ folgender Zahlen

i) $-\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{3}i$, ii) $-1 - i$.

Aufgabe T8: Skizzieren Sie die Menge aller komplexen Zahlen z , die der jeweiligen Bedingung genügen:

(a) $|3z - 1 + 2i| \leq 2$,

(b) $|z - z_0| = |z - z_1|$ für $z_0 = 1 - i$, $z_1 = 2 + i$.

Aufgabe T9: Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil aller Lösungen $w \in \mathbb{C}$ der Gleichung

(a) $w^2 = -5 + 12i$,

(b) $w^2 + 6iw - 6 = 4i$.

Alle aktuellen Informationen zur Veranstaltung finden Sie auf der Internetseite unter:

www.math.kit.edu/iag1/lehre/hm1mach2012w/