Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Algebra und Geometrie
PD Dr. F. Hettlich
Dr. M. J. Krause
Dipl.-Math. J. Stompe

26	27	28	29	30	$\sum$

Gruppe

Karlsruhe, den 22.11.2012

Matrikel-Nr.: ....

Matrikel-Nr.: ....

Matrikel-Nr.: ....

6. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik I für biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe 26: Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge D, das Bild $f(D)$ und die Umkehrfunktion f^{-1} von

$$f : \begin{cases} D \longrightarrow \mathbb{R}, \\ x \mapsto 1 - \dfrac{1}{x} \end{cases} .$$

Fertigen Sie eine Skizze von f und f^{-1} an.

Aufgabe 27: Können die folgenden beiden Funktionen $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ jeweils durch geeignete Werte y_1, y_2, y_3 stetig werden? Falls ja, geben Sie geeignete Werte an.

$$\text{(a)} \quad f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^4 - 10x^2 + 9}{x^2 - 4x + 3} & \text{für } x \in \mathbb{R}\backslash\{1,3\} \\ y_1 & \text{für } x = 1 \\ y_2 & \text{für } x = 3 \end{cases} \qquad \text{(b)} \quad g(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x} - \sqrt[4]{x}}{x - 1} & \text{für} x \in \mathbb{R}\backslash\{1\} \\ y_3 & \text{für } x = 1 \end{cases}$$

Aufgabe 28: Gegeben sei die Menge $K = \{z \in \mathbb{C} \ : \ |z| = 2\}$ und die Funktionen $h \colon \mathbb{C} \setminus \{-1\} \to \mathbb{C}$, $z \mapsto \frac{1}{1+z}$ und $g \colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $z \mapsto -z$.

(a) Was ist die geometrische Bedeutung der Abbildung g?

(b) Zeigen Sie, dass K durch h auf den Kreis mit Mittelpunkt $-1/3$ und Radius $2/3$ abgebildet wird.

Aufgabe 29: Zeigen Sie: Für beliebige positive reelle Zahlen a, b, c besitzt die Gleichung

$$\frac{(a+b)x + a - b}{x^2 - 1} + \frac{c}{x - 2} = 1$$

je eine Lösung im Intervall $[-1, 1]$ und im Intervall $[1, 2]$.

Aufgabe 30: Zeigen Sie, dass es zu jeder Zeit zwei gegenüberliegende Punkte auf dem Erdäquator gibt, an denen die gleiche Temperatur herrscht.

Hinweis: Nehmen Sie an, dass die Temperatur $t : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ auf dem Äquator eine stetige Funktion ist. Stellen sie eine Funktion für die Temperaturdifferenz gegenüberliegender Punkte auf und überlegen Sie, ob Sie darauf den Zwischenwertsatz anwenden können.

Abgabetermin: Montag, den 3.12.2012, 12:00 Uhr, in den Abgabekästen bei Seminarraum Z1 im Gebäude 01.85 (Fritz-Erler-Str. 1-3).

6. Tutorium
zur Vorlesung Höhere Mathematik I für
biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe T17: Untersuchen Sie, in welchen Punkten $x \in \mathbb{R}$ die folgenden Funktionen $f_j : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig sind:

(a) $$f_1(x) := \begin{cases} \dfrac{x^3 + 4x^2 + x - 6}{x^3 - 3x + 2}, & x \in \mathbb{R} \setminus \{1, -2\} \\ 0, & x = 1, \\ -\dfrac{1}{3}, & x = -2, \end{cases}$$

(b) $$f_2(x) := \begin{cases} x, & x \in \mathbb{Z}, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Aufgabe T18: Berechnen Sie die Funktionenlimites, sofern Sie existieren:

$$\lim_{x\to 1} \frac{(x-1)^2}{x^2-1}, \qquad \lim_{x\to -1} \frac{(x-1)^2}{x^2-1}, \qquad \lim_{x\to\infty} x^\alpha(\sqrt{x+1} - \sqrt{x}), \quad \text{für} \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe T19: Zeigen Sie, dass die Graphen der Funktionen

$$f_1(x) = \sqrt{x} \quad \text{und} \quad f_2(x) = (x^2-1)^2$$

auf ihrem gemeinsamen Definitionsbereich $\mathbb{R}_{\geq 0}$ mindestens zwei Schnittpunkte haben.

Selbsttest: Weisen Sie den Folgen $(a_n)_n$ ihre Eigenschaften zu.

$a_n =$	1	n	$1/n$	$(-1)^n$	$(-1)^n n$	i^n/n	$(-1)^n n + n$	$a_{n-1}/2$, $a_0 = 1$
konstant								
beschränkt								
unbeschränkt								
konvergent								
divergent								
uneigentlich konvergent								
monoton fallend								
streng monoton fallend								
monoton wachsend								
streng monoton wachsend								
alternierend								
Häufungspunkt(e)								
Grenzwert								

Alle aktuellen Informationen zur Veranstaltung finden Sie auf der Internetseite unter:
`www.math.kit.edu/iag1/lehre/hm1mach2012w/`

Tutorien: Dienstag, den 27.11.2012, bis Donnerstag, den 29.11.2012.