Gruppe

Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. T. Arens
Dipl.-Math.techn. A. Schkarbanenko
M.Sc. S. Geninska

16	17	18	19	20	$\sum$

Karlsruhe, den 5.5.2008

Matrikel-Nr.: ....

Matrikel-Nr.: ....

4. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik II für biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe 16: Bestimmen Sie eine Stammfunktion der Funktion

$$f(t) = \frac{2(\tan(t))^4 + 3(\tan(t))^3 + (\tan(t))^2 - 2}{(\sin(t))^2 \tan(t) + (\sin(t))^2 - \cos(t)\sin(t) - (\cos(t))^2}.$$

Hinweis: Substituieren Sie zunächst geschickt – die $\tan(t/2)$ Substitution ist unnötig kompliziert.

Aufgabe 17: Die Funktion $g : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ sei stetig differenzierbar, streng monoton wachsend und umkehrbar. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$u'(x) = -\frac{x^2}{x^2 - 1}\frac{g(u(x))}{g'(u(x))}, \qquad x > 0.$$

Formulieren Sie diese Differentialgleichung im Fall $g(x) = \ln(x)$ explizit und bestimmen Sie diejenige Lösung, die die Anfangswertbedingung $u(0) = e$ erfüllt. Bestimmen Sie, wieder für den Spezialfall $g(x) = \ln(x)$, alle Werte $a \in \mathbb{R}$, für die das Anfangswertproblem mit der Anfangsbedingung $u(1) = a$ lösbar ist.

Aufgabe 18: Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y^{(4)}(x) - 7y'''(x) + 18y''(x) - 20y'(x) + 8y(x) = 0.$$

Aufgabe 19: Bestimmen Sie die reelle allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$u'''(x) + 3u''(x) + 9u'(x) - 13u(x) = 0, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Zeigen Sie mit Hilfe der allgemeinen Lösung, dass jedes Anfangswertproblem $u(0) = a$, $u'(0) = b$, $u''(0) = c$ eindeutig gelöst werden kann.

Aufgabe 20: Wir betrachten die inhomogenen Differentialgleichungen

$$\text{(a) } y''(x) - 2y'(x) - 3y(x) = x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} \quad \text{und} \quad \text{(b) } y'''(x) - By'(x) + y(x) = \sin(x), \quad B \in \mathbb{R}.$$

Finden Sie zunächst für die Gleichung in (a) ein Polynom vom Grad 2, und für die Gleichung in (b) ein trigonometrisches Polynom $p(x) = a_0 + a_1\cos(x) + b_1\sin(x)$, dass die inhomogene Differentialgleichung löst. Bestimmen Sie schließlich die Konstante B in (b) so, dass $f(x) = \sin(x)$ die Differentialgleichung in (b) löst.

Abgabetermin: Dienstag, den 13.5.2008, 12:30 Uhr, in den Fächern bei Zimmer 208.1 im Mathematikgebäude.

3. Tutorium
zur Vorlesung Höhere Mathematik II für
biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe T9: (a) Bestimmen Sie die allgemeine reelle Lösung der Differentialgleichung

$$y'''(x) + 3y''(x) + 4y'(x) + 2y(x) = 0.$$

(b) Bestimmen Sie danach $a, b, c \in \mathbb{R}$ so, dass das Polynom zweiten Grades $p(x) = ax^2 + bx + c$ die zugehörige inhomogene Gleichung mit rechter Seite $x^2 + 11$ löst.

Aufgabe T10: Bestimmen Sie die reelle allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung

$$y'''(x) + 2y''(x) + 2y'(x) + y(x) = 0$$

mit dem Exponentialansatz $y(x) = e^{\lambda x}$, $\lambda \in \mathbb{C}$.

Aufgabe T11: Geben Sie für folgende Differentialgleichungen jeweils ein reelles Fundamentalsystem an:

(a) $y^{(6)}(x) + y^{(4)}(x) - 5y^{(2)}(x) + 3y(x) = 0$

(b) $y^{(8)}(x) - y^{(7)}(x) + 2y^{(6)}(x) - 2y^{(5)}(x) + y^{(4)}(x) - y^{(3)}(x) = 0.$

Aufgabe T12: Bestimmen Sie ein reelles Fundamentalsystem der Differentialgleichung

$$y^{(4)}(x) - 3y'''(x) + 4y'(x) = 0.$$

Tutorien: Dienstag, den 6.5.2008, bis Donnerstag, den 8.5.2008.