Gruppe

Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. T. Arens
Dipl.-Math.techn. A. Schkarbanenko
M.Sc. S. Geninska

21	22	23	24	25	$\sum$

Karlsruhe, den 13.05.2008

Matrikel-Nr.: ....

Matrikel-Nr.: ....

5. Übungsblatt
zur Vorlesung Höhere Mathematik II für biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe 21: Bestimmen Sie die reelle allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen:

(a) $9u'(x) + 11xu^{(2)}(x) + 4x^2u^{(3)}(x) + x^3u^{(4)}(x) = 0$

(b) $-8u(x) + 8xu'(x) + 28x^2u^{(2)}(x) + 11x^3u^{(3)}(x) + x^4u^{(4)}(x) = 0$

Aufgabe 22: Finden Sie die reelle allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung

$$2x^2z''(x) + 4x^2\left[z'(x)\right]^2 + 6xz'(x) + 5 = 0, \qquad x > 0.$$

Hinweis: Benutzen Sie die Substitution $y(x) = e^{2z(x)}$.

Aufgabe 23: Gegeben sei die Differentialgleichung

$$2x^3u'''(x) + Bx^2u''(x) + xu'(x) - 10u(x) = 0, \quad x > 0.$$

(a) Bestimmen Sie B, so dass $u_1(x) = x^{\frac{5}{2}}$ die Differentialgleichung löst.

(b) Mit dem so gefundenen B bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

Aufgabe 24: Gegeben sei die homogene lineare Differentialgleichung mit nicht konstanten Koeffizienten

$$(1 + x^2)u''(x) - 2xu'(x) + 2u(x) = 0, \quad x \in (0, \infty).$$

(a) Zeigen Sie, dass $u_1(x) = x$ die Differentialgleichung löst.

(b) Bestimmen Sie durch Reduktion der Ordnung eine Lösung $u_2(x)$, die von $u_1(x)$ linear unabhängig ist.

(c) Die reelle allgemeine Lösung ist dann $u(x) = C_1u_1(x) + C_2u_2(x)$ mit $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass jedes Anfangswertproblem $u(1) = a$, $u'(1) = b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ eindeutig gelöst werden kann.

Aufgabe 25: Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der nicht linearen Differentialgleichung

$$1 + [y'(x)]^2 = 2y(x)y''(x).$$

Dazu betrachten Sie x als Funktion von y. Definieren Sie die Funktion p durch $p(y) = y'(x(y))$ und berechnen Sie $p'(y)$. Dadurch lässt sich die Ordnung reduzieren.

Abgabetermin: Dienstag, den 20.05.2008, 12:30 Uhr, in den Fächern bei Zimmer 208.1 im Mathematikgebäude.

4. Tutorium
zur Vorlesung Höhere Mathematik II für
biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe T13: Bestimmen Sie die reelle allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$u'''(x) - \frac{2}{x}u''(x) + \frac{5}{x^2}u'(x) - \frac{5}{x^3}u(x) = 0, \quad x > 0.$$

Aufgabe T14: Geben Sie zu den folgenden homogenen linearen Differentialgleichungen jeweils die reelle allgemeine Lösung an:

(a) $x^2u''(x) - 5xu'(x) + 13u(x) = 0$, $x > 0$,

(b) $u''(x) - 5u'(x) + 13u(x) = 0$, $x > 0$,

(c) $u'''(x) - \frac{3}{x}u''(x) + \frac{7}{x^2}u'(x) - \frac{8}{x^3}u(x) = 0$, $x > 0$.

Aufgabe T15: Gegeben sei die Differentialgleichung

$$(1 - x)y''(x) + xy'(x) - y(x) = 0.$$

(a) Überprüfen Sie, dass $y(x) = x$ eine Lösung ist.

(b) Bestimmen Sie die Lösung des folgenden Anfangswertproblems

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 3.$$

Hinweis: Bestimmen Sie zuerst durch Reduktion der Ordnung eine Lösung $y_2(x)$, die von $y_1(x)$ linear unabhängig ist.

Aufgabe T16: Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y''(x) = 2y(x)y'(x), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

Dazu betrachten Sie x als Funktion von y. Definieren Sie die Funktion p durch $p(y) = y'(x(y))$ und berechnen Sie $p'(y)$. Dadurch lässt sich die Ordnung reduzieren.

Tutorien: Dienstag, den 13.05.2008, bis Donnerstag, den 15.05.2008.