Gruppe

Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. T. Arens
Dipl.-Math.techn. A. Schkarbanenko
M.Sc. S. Geninska

26	27	28	29	30	$\sum$

Karlsruhe, den 19.05.2008

Matrikel-Nr.: ....

Matrikel-Nr.: ....

6. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik II für biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe 26: Gegeben sei die folgende Differentialgleichung

$$u''(x) + Bu'(x) + 4u(x) = 8\sin(x)\cos(x), \quad B \in \mathbb{R}.$$

(a) Bestimmen Sie B so, dass $u_p(x) = 4\cos^2(x) - 2$ eine Lösung ist.

(b) Mit dem so gefundenen B bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung in reeller Form.

Aufgabe 27: Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'''(x) + 3y''(x) + 4y'(x) - 8y(x) = (7 - 13x)e^x$$

mit $y(0) = y''(0) = 2$ und $y'(0) = 0$.

Aufgabe 28: Bestimmen Sie für die inhomogene lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$y''(x) - 3\,y'(x) - 2y(x) = -18x\sin(x), \quad x \in \mathbb{R},$$

eine partikuläre Lösung mit einem Ansatz vom Typ der rechten Seite.

Aufgabe 29: Gegeben sei die inhomogene lineare Differentialgleichung

$$(1 + x^2)u''(x) - 2xu'(x) + 2u(x) = 3x + x^3, \quad x \in (0, \infty).$$

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung durch Variation der Konstanten.

Hinweis: Sie können benutzen, dass $\{x, x^2 - 1\}$ ein Fundamentalsystem der homogenen Differentialgleichung ist.

Aufgabe 30: Gegeben sei die folgende Differentialgleichung

$$4u(x) - 2xu'(x) + x^3u^{(3)}(x) = 9, \quad x > 0.$$

(a) Geben Sie ein reelles Fundamentalsystem an.

(b) Berechnen Sie eine partikuläre Lösung durch Variation der Konstanten.

(c) Lösen Sie das Anfangswertproblem mit $u(1) = \frac{13}{4}$, $u'(1) = \frac{27}{4}$ und $u''(1) = \frac{50}{4}$.

Abgabetermin: Dienstag, den 27.05.2008, 12:30 Uhr, in den Fächern bei Zimmer 208.1 im Mathematikgebäude.

5. Tutorium
zur Vorlesung Höhere Mathematik II für biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe T17: Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y''(x) - 4y'(x) + 13y(x) - (10x - 2)e^x = 0\,.$$

Aufgabe T18: Geben Sie für die folgenden Differentialgleichungen die Nullstellen der charakteristischen Polynome und geeignete Ansätze vom Typ der rechten Seite an:

(a) $y''(x) + y(x) = x \sin x$,

(b) $y'''(x) - 4y''(x) - 2y'(x) + 20y(x) = x^2 e^x$,

(c) $y'''(x) + 6y''(x) + 12y'(x) + 8y(x) = xe^{-2x}$,

(d) $y'''(x) + y''(x) - 6y'(x) = xe^{2x} + 2e^{-3x}$,

(e) $y^{(4)}(x) + 4y'''(x) + 6y''(x) + 4y'(x) + 5y(x) = -8\cos x - 8 \sin x$,

(f) $y^{(5)}(x) + y^{(4)}(x) - 4y'''(x) - 16y''(x) - 20y'(x) - 12y(x) = e^{-3x}$.

Hinweise: Eine Lösung der inhomogenen linearen Differentialgleichung in (e) lautet $y(x) = x\cos(x)$, in (f) lautet eine Lösung des homogenen Problems $y(x) = x\sin(x)e^{-x}$.

Aufgabe T19: Gegeben sei die inhomogene lineare Differentialgleichung

$$(1-x)y''(x) + xy'(x) - y(x) = (1-x)^2.$$

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung durch Variation der Konstanten.

Hinweis: Sie können verwenden, dass $\{x, e^x\}$ ein Fundamentalsystem ist.

Aufgabe T20: Gegeben sei die folgende Differentialgleichung

$$-15u(x) + 3xu'(x) + x^2u''(x) = 8x^{-3}, \qquad x > 0.$$

(a) Geben Sie ein reelles Fundamentalsystem der zugehörigen homogenen Differentialgleichung an.

(b) Berechnen Sie eine partikuläre Lösung durch Variation der Konstanten und geben Sie die allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung an.

Tutorien: Dienstag, den 20.05.2008, bis Donnerstag, den 22.05.2008.