Gruppe

Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. T. Arens
Dipl.-Math.techn. A. Schkarbanenko
M.Sc. S. Geninska

56	57	58	59	60	$\sum$

Karlsruhe, den 30.06.2008

Matrikel-Nr.: ....

Matrikel-Nr.: ....

12. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik II für biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe 56: (a) Welche Originalfunktionen wurden hier Laplace-transformiert

$$F_1(s) = \frac{2s}{s^4 + 2s^3 + 2s^2 + 2s + 1} \quad \text{und} \quad F_2(s) = \operatorname{arccot}(s-1).$$

(b) Berechnen Sie die Laplacetransformierten zu

$$f_1(x) = x^2 + 3x + 4 + x^2 \sin(2x) \quad \text{und} \quad f_2(x) = \begin{cases} \sin(x) & 0 \le x < \pi \\ \cos(x) & x \ge \pi \end{cases} .$$

Aufgabe 57: (a) Bestimmen Sie die Laplacetransformierte der Funktion

$$f(t) = (3 - t^2)\sin t - 3t\cos t.$$

(b) Lösen sie mittels Laplacetransformation das Anfangswertproblem

$$u^{(IV)}(t) + 2u''(t) + u(t) = \sin(t), \quad u(0) = u'(0) = u''(0) = u'''(0) = 0, \quad t \ge 0.$$

Aufgabe 58: Lösen Sie das Anfangswertproblem für eine inhomogene, lineare Differentialgleichung dritter Ordnung

$$xu'''(x) - u''(x) = \frac{1}{6}x^3, \quad x \in [0,\infty), \quad u(0) = 0, \quad u'(0) = 1, \quad u''(0) = 0,$$

mit der Methode der Laplacetransformation. Ist die Lösung eindeutig bestimmt?

Hinweis: Verwenden Sie die Differentiation im Original- *und* Bildraum. Damit können Sie eine (einfachere!) Differentialgleichung für die Laplacetransformierte $U(s)$ herleiten.

Aufgabe 59: Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem mit Hilfe der Laplacetransformation,

$$u''(t) + 4u'(t) + 3u(t) = \begin{cases} 1, & 0 \le t < 1, \\ 0, & t \ge 1, \end{cases} \quad u(0) = u'(0) = 0.$$

Aufgabe 60: Lösen Sie das Anfangswertproblem für das lineare System

$$u'(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} u(x), \quad u(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad x \ge 0,$$

über eine Laplacetransformation.

Abgabetermin: Dienstag, den 08.07.2008, 12:30 Uhr, in den Fächern bei Zimmer 208.1 im Mathematikgebäude.

11. Tutorium
zur Vorlesung Höhere Mathematik II für
biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe T41: Berechnen Sie die Laplacetransformierte der folgenden Funktionen

(a) $f(t) = 3e^{4t} + 2$, (b) $h(t) = e^{-t}\cos(2t)$, (c) $g(t) = \begin{cases} \sin(\omega t - \varphi), & \text{für } \omega t - \varphi \geq 0, \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$ mit $\omega, \varphi > 0$.

(d) Berechnen Sie die Laplacetransformierte der Originalfunktion

$$f(t) = t^2 \sin^2 t, \quad t \in [0, \infty),$$

mittels zweimaliger Differentiation im Bildraum. Hinweis: $\sin^2 t = (1 - \cos 2t)/2$.

Aufgabe T42: Welche Funktionen wurden hier Laplace-transformiert?

$$\text{(a) } F(s) = \frac{1}{s^5}, \quad \text{(b) } F(s) = \frac{6}{(s-2)^4}, \quad \text{(c) } F(s) = \frac{1}{s(s+1)^2}, \quad \text{(d) } F(s) = \frac{2s}{(s+1)^2(s^2+1)}.$$

Aufgabe T43: (a) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$x''(t) + 2x'(t) + x(t) = 3te^{-t}, \quad x(0) = 4, \quad x'(0) = 2, \quad t \geq 0$$

mit Hilfe der Laplacetransformation.
(b) Wenden Sie die Laplacetransformation auf die Differentialgleichung

$$x^3 y'''(x) - 6x^2 y''(x) + 15xy'(x) - 15y(x) = 0, \quad x \in (0, \infty).$$

an. Lässt sich die Differentialgleichung damit lösen? Begründen Sie!

Aufgabe T44: Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'(x) = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} y(x), \quad y(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad y(x) \geq 0,$$

mittels Laplacetransformation.

Tutorien: Dienstag, den 01.07.2008, bis Donnerstag, den 03.07.2008.