8. Übung

03.06.08.

1. Aufgabe: Zeigen Sie, dass $y(x) = \tan(x)$ dem AWP

$$y'(x) = 1 + (y(x))^2, \quad y(0) = 0$$

genügt.
Benutzen Sie den Potenzreihenansatz, um nachzuweisen, dass in der Potenzreihendarstellung der Tangensfkt alle Koeffiziente a_k, mit k gerade, verschwinden.
Bestimmen Sie das Taylorpolynom vom Grad 5 von y mit Entwicklungspkt $x_0 = 0$.

2. Aufgabe (a) Zur Näherung der Lösung y des AWPs

$$y'(x) = \frac{1}{2} - x + 2y(x), \quad y(0) = 1,$$

führe man das Eulersche Polygonzugverfahren durch.
(b) Zeigen Sie, dass für $h \to 0$ die Näherungslösung gegen die wahre Lsg. konvergiert.

3. Aufgabe: Skizzieren Sie das Bild folgender Funktionen ($t \in \mathbb{R}$):

(a) $\varphi_1(t) = \begin{pmatrix} t \\ \sin(t) \end{pmatrix}$, (b) $\varphi_2(t) = \begin{pmatrix} \sin(t) \\ t \end{pmatrix}$

(c) $\varphi_3(t) = \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(t) \end{pmatrix}$, (d) $\varphi_4(t) = \begin{pmatrix} t\cos(t) \\ t\sin(t) \end{pmatrix}$.

Geben Sie die Definitionsmenge bzw. das Bild der Fkten an.
Skizzieren Sie den Graph der Fktion φ_1.

4. Aufgabe: Skizzieren Sie die Höhenlinien der Fktion

$$f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = x^2 - y^2.$$

und die Schnittkurven von f mit den Ebenen:

$$x = -1, \quad x = 0 \quad \text{und} \quad x = 1.$$