9. Übung.

1. Aufgabe: (a) Berechnen Sie die Matrix, die folgende Abbildung $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ beschreibt:

- eine Spiegelung am Unterraum $E = \{x \in \mathbb{R}^3 : x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 0\}$
- und anschließend eine Drehung um die x_3-Achse um $\pi/2$.

(b) Berechnen Sie das Bild des Vektors $x = (1, -2, 2)^T$ unter dieser Abbildung und zeigen Sie, dass seine Norm unverändert bleibt.

2. Aufgabe: Bestimmen Sie, für welche $\beta \in \mathbb{R}$ die Matrix

$$A_\beta = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & \beta & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$$

invertierbar ist und berechnen Sie gegebenfalls die Inverse.

3. Aufgabe: Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & -2 \\ -2 & -5 & 4 & -7 & 3 \\ 3 & 7 & -4 & 8 & -7 \\ -4 & -7 & 7 & -15 & 11 \\ 5 & 8 & -7 & 13 & -17 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{5\times 5}.$$