

H. Übung

1. Aufgabe: Gegeben sei $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y, z) = \begin{pmatrix} x^2 y \\ xz + y^3 \end{pmatrix}$.
Bestimmen Sie die Jacobimatrix f' .

2. Aufgabe: Gegeben sei eine skalare Fkt.

$$f(x_1, x_2) = 3x_1 + x_2^2 \text{ und der Vektor } d = (\cos \varphi, \sin \varphi)^T, \varphi \in [0, 2\pi].$$

(a) Berechnen Sie den Gradienten ∇f und die Tangentialebene g von f in $P = (2, \frac{3\sqrt{3}}{2})^T$.

(b) Berechnen Sie die Richtungsableitung $\frac{df}{dd}(2, \frac{3\sqrt{3}}{2})$.
Geben Sie ein φ an, sodass die Richtungsableitung von f am Pkt. P in Richtung $d = (\cos \varphi, \sin \varphi)^T$ verschwindet.

(c) Geben Sie das Differential df von f in Pkt P an.
Wie lauten die Richtungen $d = (\cos \varphi, \sin \varphi)^T$ des stärksten Aufstiegs bzw. Abstiegs von f in P ?

3. Aufgabe: Gegeben sei $f(t) = \int_{t^2}^{t^2} 2\tau t^2 d\tau$.

(a) Bestimmen Sie das Integral und dann f' .

(b) Stellen Sie f als Verkettung $f(t) = (h \circ \Phi)(t)$ dar, mit $h(x, y) = \int_{x^2}^{y^2} 2\tau y d\tau$ und $\Phi(t) = (t, t^2)^T$ und berechnen Sie f' mit der Kettenregel.