

1	2	3	4	5	Σ

Gruppe

Karlsruhe, den 21.04.2009

Matrikel-Nr.:

Matrikel-Nr.:

1. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik II für biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe 1: Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$0 = (x + 1)y'(x) + 2y(x) - 1, \quad y(0) = \frac{3}{2}.$$

- (a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der linearen homogenen Differentialgleichung $0 = (x+1)y'(x)+2y(x)$.
- (b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung und lösen Sie das Anfangswertproblem.

Aufgabe 2: Bestimmen Sie die allgemeine Lösung folgender Differentialgleichungen:

- (a) $y'(x) = 2xy(x)$,
- (b) $y'(x) = 2y^2(x) + 2 + y^2(x)x + x$,
- (c) $xy'(x) = y(x) + xe^{-\frac{y(x)}{x}}$ mit Hilfe der Substitution $z(x) = \frac{y(x)}{x}$.

Aufgabe 3: Bestimmen Sie den Typ der Differentialgleichung und lösen Sie das Anfangswertproblem

$$(y(x))^3 - x^2 + x(y(x))^2 y'(x) = 0, \quad y(1) = 1.$$

Aufgabe 4: Bestimmen Sie die Typen der Differentialgleichungen und die Lösungen der folgenden Anfangswertaufgaben:

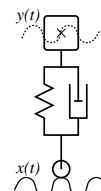
- (a) $y'(x) = \frac{1}{1-x}y(x) + x - 1, \quad x > 1, \quad y(2) = 0$,
- (b) $y'(x) = \sqrt{1 - y^2(x)}, \quad y(0) = \frac{1}{2}$.

Aufgabe 5: Auf dem Weg zur Uni fährt Herr H. täglich mit seinem Fahrrad über verschiedene Kopfsteinpflaster und möchte aus der gefühlten vertikalen Körperbewegung $y(t)$ die Amplitude der Pflaster $x(t)$ bestimmen.

Vereinfacht modellieren wir sein Gewicht mit 100 kg , das Fahrrad als Einrad und den Reifen durch Feder mit Konstante $1500 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ und Dämpfung $500 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$. Die Kräftebilanz führt uns gekürzt auf die Gleichung

$$-my''(t) - b(y'(t) - x'(t)) - c(y(t) - x(t)) = 0$$

mit einheitenlosen Konstanten $m = 1, b = 5$ und $c = 15$.



- (a) Stellen Sie die homogene Differentialgleichung für $x(t)$ auf und lösen Sie diese. Was ist das Verhalten von $x(t)$ für $t \rightarrow \infty$?
- (b) Stellen Sie die inhomogenen Differentialgleichungen für $x(t)$ für die gefühlten Körperbewegungen $y_1(t) = \sin(t)$ und $y_2(t) = \sin(2t)$ bei den unterschiedlichen Böden auf.
- (c) Bestimmen Sie mit Hilfe der Ansätze

$$x_1(t) = A_1 \sin(t) + B_1 \cos(t) \quad \text{bzw.} \quad x_2(t) = A_2 \sin(2t) + B_2 \cos(2t)$$

partikuläre Lösungen der inhomogenen Differentialgleichungen. Stimmt die Vermutung des Herrn H., dass das zweite Pflaster für $t \rightarrow \infty$ deutlich höhere Auslenkungen besitzt?

Abgabetermin: Mittwoch, den 29.04.2008, 12:30 Uhr, in den Fächern bei Zimmer 208.1 im Mathematikgebäude.

1. Tutorium
zur Vorlesung Höhere Mathematik II für
biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe T1: Sei $I \subset \mathbb{R}$ ein Intervall. Geben Sie Beispiele für Differentialgleichungen für Funktionen $y = y(x)$ in $x \in I$ mit den folgenden Eigenschaften an:

	Beispiel
linear	
nicht linear	
separabel und linear	
separabel und nicht linear	
autonom	
linear und homogen	
linear und inhomogen	

Aufgabe T2: Bestimmen Sie den Typ und die Lösungen der folgenden Anfangswertprobleme:

- (a) $y'(x) = 2\frac{y(x)}{x}$ mit $y(1) = 2$,
- (b) $y'(x) = 2\frac{y(x)}{x} + x$ mit $y(1) = 2$,
- (c) $y'(x) = \frac{y(x)}{x} + \frac{x}{2y(x)}$ mit $y(1) = \sqrt{2}$.

Aufgabe T3: Lösen Sie für $x \geq 0$ das Anfangswertproblem

$$y'(x) + \frac{1}{2}y(x) + xe^x y^3(x) = 0, \quad y(0) = 1.$$

Aufgabe T4: Man bestimme durch Trennung der Variablen eine Lösung der (nichtlinearen) Differentialgleichung erster Ordnung

$$u'(x) = \frac{x}{3\sqrt{1+x^2} [u(x)]^2},$$

die der Bedingung $u(0) = 3$ genügt.

Tutorien: Donnerstag, den 23.4.2009, bis Montag, den 27.4.2009. Die Anmeldung für die Tutoren ist vom 20. bis 21.4.2009 online freigeschaltet.

Klausureinsicht: Die Klausureinsicht findet am Freitag, dem 24.4.2009, von 16 bis 18 Uhr im Hörsaal 37 statt. Denken Sie an Ihren Studierendenausweis!