Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
PD Dr. F. Hettlich
Dipl.-Math. K. Kremer
Dipl.-Math.techn. S. Ritterbusch

26	27	28	29	30	$\sum$

Gruppe

Karlsruhe, den 26.05.2009

Matrikel-Nr.: ....

Matrikel-Nr.: ....

6. Übungsblatt
zur Vorlesung Höhere Mathematik II für
biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe 26: Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y'''(x) - \frac{2}{x}y''(x) + \frac{5}{x^2}y'(x) - \frac{5}{x^3}y(x) = 0$$

für $x > 0$. Prüfen Sie, ob die folgenden Funktionen Lösungen dieser Differentialgleichung sind:

(a) $y_1(x) = \sin(x^2)$,

(b) $y_2(x) = x$,

(c) $y_3(x) = \exp(\frac{2}{x})$,

(d) $y_4(x) = x^2\cos(\ln(x))$.

Aufgabe 27: Bestimmen Sie die reelle allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung

$$y'''(x) + 2y''(x) + 2y'(x) + y(x) = 0$$

für $x \in \mathbb{R}$ mit dem Exponentialansatz $y(x) = e^{\lambda x}$, $\lambda \in \mathbb{C}$.

Aufgabe 28: Lösen Sie die Anfangswertprobleme:

(a) $y''(x) - 2y'(x) - 3y(x) = 0\,,\ x \in \mathbb{R}\,,\qquad y(0) = 0,\ y'(0) = -4;$

(b) $y'''(x) - 4y'(x) = 0,\ x \in \mathbb{R}\,,\qquad y(0) = 0\,,\ y'(0) = 0,\ y''(0) = 2.$

Aufgabe 29: Bestimmen Sie die reelle allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x^4u''''(x) + 6x^3u'''(x) - 2xu'(x) + 20u(x) = 0 \quad x > 0.$$

Aufgabe 30: Zeigen Sie, dass $u(x) = e^{x^2}$ die Differentialgleichung

$$u''(x) - 2xu'(x) - 2u(x) = 0, \quad x \in (0, \infty),$$

löst. Bestimmen Sie eine weitere linear unabhängige Lösung mit der Methode der Reduktion der Ordnung.
Hinweis: Ein Integral der Form $\int e^{-x^2}\,dx$ ist nicht elementar integrierbar, lassen Sie es im Ergebnis stehen.

Abgabetermin: Mittwoch, den 3.6.2009, 12:30 Uhr, in den Fächern bei Zimmer 208.1 im Mathematikgebäude (20.30).

6. Tutorium
zur Vorlesung Höhere Mathematik II für
biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe T21: Bestimmen Sie die allgemeine Lösungen der linearen, homogenen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten

(a) $y'''(x) - 3y''(x) - y'(x) + 3y(x) = 0\,,\ x \in \mathbb{R}\,,$

(b) $y'''(x) + 7y''(x) + 19y'(x) + 13y(x) = 0\,,\ x \in \mathbb{R}\,.$

Aufgabe T22: Gegeben sei die Euler'sche Differentialgleichung

$$2x^3u'''(x) + Bx^2u''(x) + xu'(x) - 10u(x) = 0, \quad x > 0.$$

(a) Bestimmen Sie $B \in \mathbb{R}$, so dass $u_1(x) = x^{\frac{5}{2}}$ die Differentialgleichung löst.

(b) Bestimmen Sie für das so gefundene B die allgemeine Lösung der Differentialgleichung.

Aufgabe T23: Bestimmen Sie die reelle allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$u'''(x) + 3u''(x) + 9u'(x) - 13u(x) = 0, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Zeigen Sie mit Hilfe der allgemeinen Lösung, dass jedes Anfangswertproblem

$$u(0) = a\,,\ u'(0) = b\,,\ u''(0) = c$$

für $a, b, c \in \mathbb{R}$ eindeutig gelöst werden kann.

Aufgabe T24: Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung

$$(1 + x^2)y''(x) - 2xy'(x) + 2y(x) = 0\,,\ x \in \mathbb{R}$$

durch $y(x) = x$ gelöst wird und bestimmen Sie durch Reduktion der Ordnung eine weitere Lösung.

Tutorien: Donnerstag, den 28.5.2009, bis Freitag, den 29.5.2009.