Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
PD Dr. F. Hettlich
Dipl.-Math. K. Kremer
Dipl.-Math.techn. S. Ritterbusch

41	42	43	44	45	$\sum$

Gruppe

Karlsruhe, den 16.06.2009

Matrikel-Nr.: ....

Matrikel-Nr.: ....

9. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik II für biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe 41: Bestimmen Sie mit einem Potenzreihenansatz die Lösung des folgenden Anfangswertproblems für die Tschebyscheffsche Differentialgleichung mit Index $n \in \mathbb{N}_0$:

$$(1-x^2)u''(x) - xu'(x) + n^2u(x) = 0, \quad x \in (-1,1), \quad u(0) = 1, \quad u'(0) = 0.$$

Zeigen Sie, dass

(a) alle Koeffizienten ungerader Potenzen verschwinden,

(b) die Reihe im Falle gerader n nach dem Glied mit x^n abbricht und

(c) die Lösung im Falle ungerader n den Konvergenzradius 1 besitzt.

Aufgabe 42:

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y''(x) - 2xy'(x) - 2y(x) = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

mit einem Potenzreihenansatz, bestimmen Sie den Konvergenzradius.

Aufgabe 43: Die Lösung der Differentialgleichung

$$y''(x) - x\,y(x) = 0$$

ist in eine Potenzreihe um $x_0 = 1$ entwickelbar. Geben Sie die Rekursionsgleichung für die Koeffizienten in Abhängigkeit von $y(1)$ und $y'(1)$ an, und berechnen Sie die ersten vier Koeffizienten.

Aufgabe 44: Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$(x^2+2x+2)y''(x) + 2(x+1)y'(x) - 2y(x) = 0, \quad y(-1) = 1, \quad y'(-1) = 0$$

mit einem Potenzreihenansatz.

Aufgabe 45: Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x^2y''(x) + x^2y'(x) - 2y(x) = 0$$

mit dem erweiterten Potenzreihenansatz $y(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^{k+\lambda}$.

Abgabetermin: Mittwoch, den 24.6.2009, 12:30 Uhr, in den Fächern bei Zimmer 208.1 im Mathematikgebäude (20.30).

9. Tutorium
zur Vorlesung Höhere Mathematik II für biw/ciw/mach/mage/vt

Aufgabe T33: Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$xu''(x) + 4u'(x) + 3u(x) = 3, \quad u(0) = 2,$$

mit dem Potenzreihenansatz. Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Reihe absolut? Eine geschlossene Darstellung ist nicht erforderlich.

Aufgabe T34: Lösen Sie die Differentialgleichung

$$(2 + x)y''(x) + y'(x) = 1$$

mit einem Potenzreihenansatz um den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ und geben Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe an.

Aufgabe T35: Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$(2x - x^2)y''(x) + (1 - x)y'(x) = 0, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 0$$

mit einem Potenzreihenansatz.

Aufgabe T36: Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x^2y''(x) + x^3y'(x) - 6y(x) = 0\,.$$

Verwenden Sie einen verallgemeinerten Potenzreihenansatz $y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^{k+\lambda}$.

Tutorien: Donnerstag, den 18.6.2009, bis Montag, den 22.6.2009.