Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Algebra und Geometrie
PD. Dr. T. Arens
M. Sc. O. Bondarenko
M. Sc. J. Patarcic

36	37	38	39	40	Σ

Gruppe

Karlsruhe, den 06.06.2012

Matrikel-Nr.: ....

Matrikel-Nr.: ....

8. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik II für biw/ciw/geod/mach/mage/vt

Aufgabe 36: Bestimmen Sie die allgemeine reelle Lösung des Differentialgleichungssystems $u'(x) = Au(x)$ für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 13 & -9 & -3 \end{pmatrix},$$

indem Sie das System auf eine einzelne gewöhnliche Differentialgleichung zurückführen.

Aufgabe 37: In dieser Aufgabe wollen wir die Dynamik des Liebesverhältnisses zwischen Romeo und Julia modellieren. Dabei bezeichnen wir mit $R(t)$ die Liebe, die Romeo gegenüber Julia empfindet, und mit $J(t)$ die Liebe, die Julia zu Romeo hegt. Die Zeit $t \geq 0$ messen wir in Tagen. Aufmerksame Beobachter haben folgende Entwicklung festgehalten:

- Von Anfang an (also ab $t = 0$) liebt Romeo seine Julia sehr: $R(0) = 4$. Allerdings ist Julia dem Romeo anfangs eher neutral eingestellt: $J(0) = 0$.

Auch in der Entwicklung ihrer Liebe zueinander unterscheiden sie sich vom Typ her.

- Für Romeo ist die Sache ganz einfach: Je mehr Julia ihn liebt, desto mehr liebt er auch sie (und natürlich umgekehrt: je weniger Julia ihn liebt, desto weniger liebt er sie). Präziser:
$$R'(t) = \frac{4}{5}J(t).$$
- Julia's Gefühle lassen sich jedoch nicht so einfach beschreiben: Ihre Liebe zu Romeo läßt sofort nach, wenn Romeo beginnt, sie mehr zu lieben. Falls sich jedoch Romeo's Gefühle abkühlen, dann fängt sie sofort an, ihn mehr zu lieben. Und zu guter Letzt wächst ihre Liebe zu ihm, je mehr sie ihn liebt. Präziser:
$$J'(t) = -\frac{1}{5}R(t) + \frac{2}{5}J(t).$$

Schon ganz erschöpft von dem ganzen Durcheinander, stellt sich Julia ein Ultimatum: Wenn am 50. Tag sie Romeo nicht liebt (d.h. falls $J(50) \leq 0$), trennt sie sich von ihm; anderenfalls will sie mit ihm bis ans Ende ihrer Tage zusammen sein. Bleiben Romeo und Julia zusammen?

Aufgabe 38: Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der nachstehenden Differentialgleichung in reeller Form mit einem Ansatz vom Typ der rechten Seite:

$$y''(x) - 4y'(x) + 13y(x) = 2e^{2x}\sin(3x).$$

Aufgabe 39: Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'''(x) + 3y''(x) + 4y'(x) - 8y(x) = (7 - 13x)e^{x}, \quad x \in \mathbb{R}$$

mit $y(0) = y''(0) = 2$ und $y'(0) = 0$.

Aufgabe 40: Bestimmen Sie die allgemeine reelle Lösung der nachstehenden Differentialgleichung mit einem Ansatz vom Typ der rechten Seite:

$$y'''(x) - 3y''(x) + 4y(x) = (x^2 + 4x + 2)e^{3x} + e^{2x}\,,\ x \in \mathbb{R}$$

Abgabetermin: Mittwoch, den 13.06.2012, 13:30 Uhr, in den Fächern bei den Seminarräumen Z1 und Z2 (01.85).

8. Tutorium
zur Vorlesung Höhere Mathematik II für
biw/ciw/geod/mach/mage/vt

Aufgabe T22: Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$u'(t) = Au(t), \quad t > 0 \quad , \quad u(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe T23: Berechnen Sie das charakteristische Polynom zur Differentialgleichung

$$y'''(x) + y''(x) + 4y'(x) + 4y(x) = f(x)\,, \; x \in \mathbb{R}\,.$$

Bestimmen Sie Ansätze vom Typ der rechten Seite für:

$$\begin{array}{lll} f_1(x) = (4 + 12x)e^{2x} & f_2(x) = e^{-x} & f_3(x) = \sin(2x) \\ f_4(x) = x^2 \cos(2x) & f_5(x) = xe^{-x} \sin(2x) & f_6(x) = (2 + x) \sin(2x) \end{array}$$

Bestimmen Sie damit für f_1 und f_2 jeweils eine partikuläre Lösung der Differentialgleichung.

Aufgabe T24: Bestimmen Sie für die inhomogene lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$y''(x) - 3\,y'(x) - 2y(x) = -18x \sin(x), \quad x \in \mathbb{R},$$

eine partikuläre Lösung mit einem Ansatz vom Typ der rechten Seite.

Tutorien: Freitag, den 08.06.2012.