

51	52	53	54	55	$\Sigma$

Gruppe
--------

Karlsruhe, den 27. Juni 2013

Matrikel-Nr.: .....

Matrikel-Nr.: .....

## 11. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik II für biw/ciw/mach/mage/vt

**Aufgabe 51:** Berechnen Sie mittels Partialbruchzerlegung das bestimmte Integral

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{(x-2) dx}{x^3 + 2x^2 - x - 2} .$$

**Aufgabe 52:** Berechnen Sie die Laplacetransformierten der folgenden Funktionen unter Verwendung der Rechenregeln und der Tabelle für die Laplacetransformation.

(a)  $f(t) = 3e^{4t} + 2$ ,      (b)  $h(t) = e^{-t} \cos(2t)$ ,      (c)  $g(t) = \begin{cases} \sin(\omega t - \varphi), & \text{für } \omega t - \varphi \geq 0, \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$  mit  $\omega, \varphi > 0$ .

(d) Berechnen Sie die Laplacetransformierte der Originalfunktion

$$f(t) = t^2 \sin^2 t, \quad t \in [0, \infty),$$

mittels zweimaliger Differentiation im Bildraum. Hinweis:  $\sin^2 t = (1 - \cos 2t)/2$ .

**Aufgabe 53:** Stellen Sie die folgenden Funktionen mit Hilfe der Heavisidefunktion  $H(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$  dar:

(a)  $f(t) = \begin{cases} 1, & t \geq t_0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$       (b)  $f(t) = \begin{cases} 1, & t \leq t_0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$       (c)  $f_{\alpha,\beta}(t) = \begin{cases} 1, & \alpha \leq t < \beta \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$

Berechnen Sie  $\mathcal{L}\left(\frac{1}{\beta-\alpha} f_{\alpha,\beta}\right)$ . Was ergibt sich für  $\alpha = 0$  und  $\beta \rightarrow \alpha$ ?

**Aufgabe 54:** Man löse die folgenden Anfangswertprobleme mit Hilfe der Laplace-Transformation:

(a)  $y'''(t) - y''(t) + y'(t) - y(t) = e^{2t}, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0, y''(0) = -1$   
 (b)  $x''(t) + 2x'(t) + x(t) = 3te^{-t}, \quad x(0) = 4, x'(0) = 2, t \geq 0$

**Aufgabe 55:** Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem mit Hilfe der Laplace-Transformation:

$$\begin{aligned} x(t) - 2y(t) + z(t) &= -2t, \\ -x'(t) + 3y'(t) - 2x(t) + y(t) &= 3 + t, \\ 3z''(t) - 5x'(t) - 2z(t) &= 0, \\ x(0) = 1, \quad y(0) = -1, \quad z(0) = -3, \quad z'(0) &= 2. \end{aligned}$$

**11. Tutorium**  
**zur Vorlesung Höhere Mathematik II für**  
**biw/ciw/mach/mage/vt**

**Aufgabe T31:** Gegeben seien die Funktionen

$$H(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases} \quad \text{und} \quad f(t) = \begin{cases} t - 1, & 1 \leq t < 3, \\ 8 - 2t, & 3 \leq t < 4, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

- (a) Stellen Sie die Funktion  $f$  mit Hilfe der Heavisidefunktion  $H$  ohne Fallunterscheidung dar.  
(b) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion  $f$  und berechnen Sie ihre Laplacetransformierte.

**Aufgabe T32:** Berechnen Sie die Laplacetransformierten zu:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad f(x) &= x^2 + 3x + 4 + x^2 \sin(2x) & \text{(b)} \quad f(x) &= \begin{cases} \sin(x), & 0 \leq x < \pi \\ \cos(x), & x \geq \pi \end{cases} \\ \text{(c)} \quad f(x) &= (e^{2x} + e^{3x}) \cdot \sin(4x) & \text{(d)} \quad f(x) &= \cos(x) - x \sin(x) = (x \cdot \cos(x))' \\ \text{(e)} \quad f(x) &= x^n, \quad n \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

Verwenden Sie in (e) die Definition der Laplace-Transformation und vollständige Induktion.

**Aufgabe T33:** Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme mit der Laplace-Transformation:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad x'(t) &= 2y(t) + 1, & x(0) &= 0, & y(0) &= 1, \\ y'(t) &= -2x(t) + 2t, \\ \text{(b)} \quad u''(t) &= v(t) - u(t), & u(0) &= u'(0) = v(0) = 0, & v'(0) &= 1, \\ v''(t) &= u(t) - v(t), \end{aligned}$$

Alle aktuellen Informationen zur Veranstaltung finden Sie im Internet unter  
<http://www.math.kit.edu/iag1/lehre/hm2mach2013s/>

**Tutorien:** Montag, den 1. Juli 2013, bis Mittwoch, den 3. Juli 2013.