2. Variante: (Die Trickreiche) Die Variable v läßt sich sofort eliminieren, da $u = v$ gelten muß. Wir können deshalb die Zielfunktion $f(x, y, u) := (x-u)^2 + (y-u)^2$ minimieren unter nur einer Nebenbedingung $x^2 + (y-2)^2 = 1$. Dies spart 2 Unbekannte und 2 Gleichungen! Die Lagrangefunktion ist diesmal $F(x, y, u, \lambda) = (x-u)^2 + (y-u)^2 + \lambda[x^2 + (y-2)^2 - 1]$ und die notwendige Bedingung $\nabla F = 0$ liefert das einfachere Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rrcl}
1. & \dfrac{\partial F}{\partial x} & = & 2(x-u) + 2\lambda x = 0 \\
2. & \dfrac{\partial F}{\partial y} & = & 2(y-u) + 2\lambda(y-2) = 0 \\
3. & \dfrac{\partial F}{\partial u} & = & -2(x-u) - 2(y-u) = 0 \\
4. & \dfrac{\partial F}{\partial \lambda} & = & x^2 + (y-2)^2 - 1 = 0
\end{array}$$

Wir argumentieren ähnlich wie bei der ersten Variante, allerdings ist es nun etwas übersichtlicher! Addition der ersten drei Gleichungen liefert $2\lambda(x + y - 2) = 0$.
1. Fall: $\lambda = 0$. Aus 1. und 2. folgt $x = u = y$, d.h. (x, y) liegt auch auf der Winkelhalbierenden. Diese schneidet aber den Kreis nicht, wir haben einen Widerspruch. Also gilt
2.Fall: $x + y - 2 = 0$ (*)
Aus 3. folgt $x + y - 2u = 0$, zusammen also $2u - 2 = 0$, $u = 1$.
Benutzen wir noch (*), so ist $f(x, y, u, v) = f(x, 2-x, 1, 1) = (x-1)^2 + (1-x)^2 = 2(1-x)^2$.
Von hier ab geht es genauso weiter wie bei der ersten Variante!

Bemerkung zur Existenz von Extrema: Die Nebenbedingungsmenge besteht aus der Vereinigung von Kreis und Winkelhalbierenden, ist also nicht kompakt. Daher ist die Existenz eines Minimums nicht klar. Aber $\frac{\partial f(x,y,u,u)}{\partial u} = 2(u-x) + 2(u-y) > 0$ für hinreichend grosse u (beachte, daß x, y beschränkt sind. Es reicht also, eine kompakte Teilmenge der Winkelhalbierenden zu betrachten.
Allerdings ist in diesem Fall die Existenz eines Minimums geometrisch evident.