Institut für Algebra und Geometrie
Universität Karlsruhe (TH)
PD Dr. F. Hettlich
Dr. H. Schon
Dipl.-Math. A. Helfrich-Schkarbanenko

Karlsruhe, den 9.11.2006

Matrikel-Nr.: ....................

....................

Gruppen-Nr.: ......

# 3. Übung
## zur Vorlesung Höhere Mathematik III für mach/ciw/mage

**Aufgabe 11:** Bestimmen Sie mit dem Ansatz $\lambda(x^2+y^2)$ einen integrierenden Faktor (Eulerschen Multiplikator) mit einer Funktion $\lambda : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zu folgender Differentialgleichung

$$x + x^4 + 2x^2(u(x))^2 + (u(x))^4 = -u(x)u'(x)$$

und lösen Sie diese Differentialgleichung mit dem Anfangswert $u(0) = 1$. Es genügt, wenn Sie die Lösung in impliziter Form angeben.

**Aufgabe 12:** Bestimmen Sie in impliziter Form die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$2\frac{(u(x))^2}{x} + (1 + 2u(x)\,\ln x)\,u'(x) = 0$$

für $x \in (0,\infty)$ mit Hilfe eines integrierenden Faktors (Eulerscher Multiplikator) $\lambda : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ von der Form $\lambda(t)$ mit $t = x^y$. Welche Lösung verläuft durch den Punkt $p = (2,1)$?

**Aufgabe 13:** Zeigen Sie, dass durch die Gleichung $e^y - e^x + xy = 0$ in einer Umgebung von $(x,y) = (0,0)$ implizit eine Funktion $y = \varphi(x)$ definiert ist. Berechnen Sie das Taylorpolynom 2. Grades von $\varphi$ um $x = 0$.

**Aufgabe 14:** Durch die Gleichung

$$e^{x_3}\,(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) - \sqrt{1 + x_3^2} + x_2 = 0$$

ist eine Fläche im $\mathbb{R}^3$ definiert. Die Tangentialebene an diese Fläche im Punkt $(1,0,0)^\top$ kann in der Form $x_3 = T(x_1,x_2)$ angegeben werden. Berechnen Sie einen Ausdruck für die Funktion $T(x_1,x_2)$.

**Aufgabe 15:** Man bestimme sämtliche kritischen Punkte, d.h. solche mit $\nabla f(x,y) = 0$, für die Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ und $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}y^3 - x^2 - 3x - 4y - 3, \quad \text{und} \quad g(x,y) = e^x y^3 + 3xy^2\,.$$

**Abgabetermin:** Donnerstag, den 16.11.2006, 13:00 Uhr