12.Übung vom 02.02.2007

Aufgabe (DNA)
Eine lineare Anordnung von 3 DNA-Nukleotiden wird Triplet genannt. Ein Nulkeotid kann eine der vier möglichen Basen enthalten: Adenin (A), Cytosin (C), Gyanin (G) und Thymin (T). Wieviele verschiedene Triplets können gebildet werden, wenn
a) für die Zusammensetzung des Triplets keine Einschränkungen gemacht werden?
b) alle drei Nukleotiden im Triplet verschieden sein müssen?
c) alle drei Nukleotiden im Triplet verschieden sein müssen und ihre Reihenfolge keine Rolle spielt?
d) die Nukleotide sich im Triplet wiederholen dürfen und ihre Reihenfolge keine Rolle spielt?

Lösung:
a), b) und c) siehe Übung.
d) Die Aufgabenstellung ist äquivalent zur Aufgabe: Wieviele dreistellige Zahlen aus den Ziffern 1,2,3 und 4 gibt es, wenn diese Ziffern mehrmals vorkommen dürfen, wobei ihre Reihenfolge irrelevant sei? Für dieses Modell des Problems ergibt sich die Ereignismenge

$$\Omega_d = \{\omega = (\omega_1, \omega_2\omega_3) : \omega_k \in M, \omega_k \leq \omega_{k+1} \text{ für } k = 1, 2\},$$

mit $M := \{1, 2, 3, 4\}$.

Beachte:

- Mit der Ungleichung $\omega_k < \omega_{k+1}$ wird die Nebenbedingung 'die Ziffern dürfen **nicht** mehrmals vorkommen und ihre Reihenfolge ist irrelevant' erfüllt.
- Mit der Ungleichung $\omega_k \leq \omega_{k+1}$ wird die Nebenbedingung 'die Ziffern dürfen mehrmals vorkommen und ihre Reihenfolge ist irrelevant' erfüllt.

Da die Reihenfolge keine Rolle spielt, handelt es sich hier um eine *Kombination*. Wegen der Wiederholmöglichkeit der Ziffern liegt eine *Kombination mit Wiederholungen* vor. Nach dem Satz 5.7 d) folgt mit $N = 4$ und $n = 3$

$$card(\Omega_d) = \begin{pmatrix} N+n-1 \\ n \end{pmatrix} = \frac{(N+n-1)!}{n!(N-1)!} = \frac{6!}{3!3!} = 20.$$

Mit der Eigenschaft aus d) können also 20 Triplets gebildet werden.

Bemerkung: Mit dieser Aufgabe haben wir alle Fälle aus dem Satz 5.7 behandelt.

◇◇◇