

Gruppe

Universität Karlsruhe (TH)
Prof. Dr. Andreas Kirsch
Dr. Anastasia August
Dipl.-Math. Armin Lechleiter

56	57	58	59	60	Σ

Karlsruhe, den 25.01.2008

Mat.-Nr.:

Mat.-Nr.:

Mat.-Nr.:

12. Übung
zur Vorlesung Höhere Mathematik III für mach/mage/biw/ciw/vt

Aufgabe 56: Berechnen Sie die Lösung des folgenden Wellenleitungsproblems mit dem Separationsansatz:

$$u_{tt}(x, t) - u_{xx}(x, t) = 0 \quad \text{für } 0 < x < 1, 0 < t$$

mit den Randbedingungen $u(0, t) = 0, u_x(1, t) = 0$ für $t > 0$ und den Anfangsbedingungen $u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = \sin^5\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ für $0 < x < 1$.

Aufgabe 57: Lösen Sie die Laplace-Gleichung

$$\Delta u(x, y) = u_{xx}(x, y) + u_{yy}(x, y) = 0$$

mit den Randbedingungen $u_y(x, 0) = 0, u(x, 1) = \sin^3(\pi x) \cosh(3\pi) - 2 \sin(2\pi x)$ für $x \in [0, 1]$ und $u(0, y) = u(1, y) = 0$ für $y \in [0, 1]$ mit Hilfe des Separationsansatzes.

Aufgabe 58: Die Verteilung eines Gases in einem porösen Medium wird durch die Lösung $u \geq 0$ der nichtlinearen Diffusionsgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \Delta(u^\gamma) = 0 \quad \text{in } \mathbb{R}^n \times (0, \infty)$$

mit Parameter $\gamma > 1$ beschrieben. Finden Sie eine Lösung $u = u(x, t)$ mit $u(x, 0) = \|x\|_2^{\frac{2}{\gamma-1}}$ durch einen Separationsansatz $u = v(t)w(x)$ für u mit Exponentialansatz $w(x) = \|x\|_2^\alpha$ für w !

Aufgabe 59: Bei einem Würfelspiel für zwei Spieler mit zwei gleichen Würfeln gewinnt derjenige, dessen Wurf mehr zählt: die höhere der beiden Würfelzahlen gibt die Zehnerzahl, die niedrigere die Einerzahl. Noch höher zählt ein Pasch (zwei gleiche Würfelzahlen), ein Zweierpasch zählt mehr als ein Einerpasch, eine Dreierpasch mehr als ein Zweierpasch, und so weiter. Den höchstmöglichen Wert hat der Wurf, bei dem eine 2 und eine 1 geworfen werden. Modellieren Sie den Wurf der beiden Würfel als Zufallsexperiment, und bestimmen Sie die Ergebnismenge und deren Wahrscheinlichkeiten. Ist das Zufallsexperiment eine Laplaceexperiment? Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnen Sie das Spiel, wenn Ihr Mitspieler eine 5 und eine 3 würfelt? Mit welcher Wahrscheinlichkeit lügt Ihr Mitspieler, wenn er verdeckt würfelt, seinen Wurf nicht ansieht und behauptet, mindestens eine 6 und eine 4 oder einen höheren Wurf gewürfelt zu haben?

Aufgabe 60: Der Chevalier de Méré fragte sich 1654, ob es vorteilhafter ist, beim Spiel mit einem Würfel auf das Eintreten mindestens einer Sechs in 4 Würfeln zu setzen oder beim Spiel mit zwei Würfeln auf das Eintreten mindestens einer Doppel-Sechs in 24 Würfeln. Helfen Sie dem armen Chevalier seine ewige Ruhe zu finden und beantworten Sie seine Frage!

Abgabetermin: Montag, den 04.02.2008, 12:30 Uhr