Gruppe

Universität Karlsruhe (TH)
Prof. Dr. Andreas Kirsch
Dr. Anastasia August
Dipl.-Math. Armin Lechleiter

16	17	18	19	20	$\sum$

Karlsruhe, den 16.11.2007

Mat.-Nr.: ....

Mat.-Nr.: ....

Mat.-Nr.: ....

4. Übung
zur Vorlesung Höhere Mathematik III für mach/mage/biw/ciw/vt

Aufgabe 16: Bestimmen Sie mit dem Ansatz $l(x^2+u^2)$ einen integrierenden Faktor (Eulerschen Multiplikator) mit einer Funktion $l : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zu folgender Differentialgleichung

$$x + x^4 + 2x^2(u(x))^2 + (u(x))^4 = -u(x)u'(x)$$

und lösen Sie diese Differentialgleichung mit dem Anfangswert $u(0) = 1$. Es genügt, wenn Sie die Lösung in impliziter Form angeben.

Aufgabe 17: Bestimmen Sie in impliziter Form die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$2\frac{(u(x))^2}{x} + (1 + 2u(x)\,\ln x)\,u'(x) = 0$$

für $x \in (0,\infty)$ mit Hilfe eines integrierenden Faktors (Eulerscher Multiplikator) $l : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ von der Form $l(x^u)$. Welche Lösung verläuft durch den Punkt $p = (2,1)$?

Aufgabe 18: Durch die Gleichung

$$e^{x_2}\,(x_1^2 + x_2^2) - \sqrt{1 + x_2^2} = 0$$

ist eine Kurve im $\mathbb{R}^2$ definiert. Die Tangente an diese Kurve im Punkt $(1,0)^\top$ kann in der Form $x_2 = T(x_1)$ angegeben werden. Berechnen Sie einen Ausdruck für die Funktion $T(x_1)$.

Aufgabe 19: Bestimmen Sie sämtliche kritischen Punkte, d.h. solche mit $\nabla f(x,y) = 0$, für die Funktionen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ und $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}y^3 - x^2 - 3x - 4y - 3, \quad \text{und} \quad g(x,y) = e^x y^3 + 3xy^2\,.$$

Aufgabe 20: Bestimmen Sie Lage und Art aller Extremalstellen der Funktion $f : D \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \cos(x)\cos(y) + \frac{1}{2}\sin^2(x)$$

auf der offenen Menge $D = (-\pi/2, \pi/2) \times (\pi/2, 3\pi/2)$.

Abgabetermin: Montag, den 26.11.2007, 12:30 Uhr