

Gruppe

Universität Karlsruhe (TH)
Prof. Dr. Andreas Kirsch
Dr. Anastasia August
Dipl.-Math. Armin Lechleiter

26	27	28	29	30	Σ

Karlsruhe, den 30.11.2007

Mat.-Nr.:

Mat.-Nr.:

Mat.-Nr.:

6. Übung
zur Vorlesung Höhere Mathematik III für mach/mage/biw/ciw/vt

Aufgabe 26: Es soll ein quaderförmiger Karton mit 1l Volumen produziert werden. Aus Stabilitätsgründen müssen für den Boden und den Deckel des Kartons jeweils fünf Lagen Pappe und für die vier Seiten des Kartons jeweils eine Lage Pappe verwendet werden. Bestimmen Sie die optimalen Kantenlängen des Kartons, um die geringste Menge an Material zu verbrauchen.

Aufgabe 27: Auf einer kreisförmigen Wiese vom Radius $R = 1$ graszt eine an einem Pflock am Rand der Wiese angebundene Ziege. Welche Fläche kann sie abgrasen, wenn ihre Leine die Länge $r < 2$ hat?

Aufgabe 28: Der Bereich $B \subset \mathbb{R}^2$ wird von den Kurven $x_2 = \frac{1}{x_1}$, $x_2 = \frac{2}{x_1}$, $x_2 = 2x_1$ sowie $x_2 = 3x_1$, jeweils für $x_1 > 0$, berandet. Berechnen Sie

(a) den Flächeninhalt von B ,

(b) das Integral $J = \iint_B \frac{2x_2}{x_1} dx$.

Hinweis: Verwenden Sie die Transformation $u = x_1 x_2$, $v = x_2/x_1$ für $x_1, x_2 > 0$.

Aufgabe 29: Aus dem Zylinder $x_1^2 + x_2^2 \leq 4$ im \mathbb{R}^3 wird durch die $x_1 x_2$ -Ebene und die Fläche $x_3 = e^{x_1^2 + x_2^2}$ ein Körper herausgeschnitten. Welche Masse hat dieser Körper und wo liegt sein Schwerpunkt, wenn seine Dichte durch $\rho(x) = x_2^2$ gegeben ist?

Aufgabe 30: Die Menge

$$B = \left\{ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1, x, y, z > 0 \right\}, \quad a, b, c > 0,$$

ist der im 1. Oktanten gelegene Teil eines Ellipsoids. Beschreiben Sie B unter Verwendung von

(a) kartesischen Koordinaten x, y, z ,

(b) Zylinderkoordinaten $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$, $z = z$,

(c) elliptischen Zylinderkoordinaten $x = a u \cos v$, $y = b u \sin v$, $z = z$,

(d) Ellipsoidkoordinaten $x = a u \cos v \sin w$, $y = b u \sin v \sin w$, $z = c u \cos w$,

und geben Sie die Jacobideterminante der Transformation an. Verwenden Sie eine der obigen Transformationen, um das Volumen von B zu bestimmen.

Abgabetermin: Montag, den 10.12.2007, 12:30 Uhr