

Gruppe

Universität Karlsruhe (TH)
 Prof. Dr. Andreas Kirsch
 Dr. Anastasia August
 Dipl.-Math. Armin Lechleiter

31	32	33	34	35	Σ

Karlsruhe, den 7.12.2007

Mat.-Nr.:

Mat.-Nr.:

Mat.-Nr.:

7. Übung
zur Vorlesung Höhere Mathematik III für mach/mage/biw/ciw/vt

Aufgabe 31: (a) Bestimmen Sie die Länge der Kurve

$$C : x(t) = \left(t, t^2, \frac{4}{3}t^{3/2} \right), \quad 0 \leq t \leq 1.$$

(b) Berechnen Sie für $f(x) = \frac{1}{1+4x_1+4x_2}$ das Kurvenintegral $\int_C f(x) ds$.

Aufgabe 32: In einem idealen Gas gilt für den Druck p mit der charakteristischen Gaskonstanten R das Gesetz

$$p(v, T) = \frac{RT}{v}.$$

Hier bedeutet v das Volumen und T die Temperatur. Das Gas soll vom Zustand $(v_0, T_0) = (1, 1)$ in den Zustand $(v_1, T_1) = (2, 2)$ gebracht werden. Berechnen Sie die geleistete Arbeit

$$l_{C_j} = - \int_{C_j} p dv$$

entlang der folgenden Kurven:

(a) C_1 der lineare Streckenzug von (v_0, T_0) über $(2, 1)$ nach (v_1, T_1) ,

(b) C_2 die Kurve $\begin{pmatrix} v(\xi) \\ T(\xi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \xi^2 \\ 1 + \xi \end{pmatrix}, 0 \leq \xi \leq 1.$

Aufgabe 33: Im \mathbb{R}^3 sei das stetige Vektorfeld

$$\mathbf{U}(\mathbf{x}) = (-x_2 x_3, x_1 x_3, 3x_3^2 - 1)^\top$$

expliert. Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$J = \int_C \mathbf{U}(\mathbf{x}) \cdot d\mathbf{s}$$

entlang der Kurve

$$C : \mathbf{x}(t) = \left(\frac{1}{2}(1 + \cos t), \frac{1}{2} \sin t, 1 \right)^\top, \quad t \in [0, 2\pi].$$

Aufgabe 34: Auf einem kugelförmigen Planeten ($R = 7000$ km) soll rund um den Äquator eine Straße der Breite $B = 60$ m gebaut werden. Welches Volumen hat die abgetragene Planetenmasse, wenn die Straßenoberfläche genau die Mantelfläche eines Zylinders bildet? Wie groß ist das Volumen, wenn die Straße auf dem Mond ($R = 1700$ km) gebaut wird?

Aufgabe 35: Gegeben sei ein Kreis mit Radius R und Mittelpunkt $(a, 0, 0)^\top$, $a > R$, in der x_1x_3 -Ebene. Rotiert man diesen Kreis um die x_3 -Achse, so entsteht ein Körper, den man *Torus* nennt. Finden sie eine Parameterdarstellung der Oberfläche dieses Torus und berechnen Sie den Normaleneinheitsvektor.

Abgabetermin: Montag, den 17.12.2007, 12:30 Uhr