

In der dritten Aufgabe der Übung am 31.10.07. haben wir vergessen...

$h_y(x, y)$ auszurechnen.

Also: $h_x(x, y) = 2x^2y \cdot 2x - xy \cdot \frac{1}{2} = 4x^3y - \frac{xy}{2}$ haben wir mit Hilfe der Nebenrechnung ausgerechnet. Diese funktioniert, weil das Integrand $2\tau y$ nicht von x abhängt. Bei $h_y(x, y)$ müssen wir anders vorgehen, etwa so:

$$h_y(x, y) = \int_{\frac{x}{2}}^{x^2} \left(\frac{\partial}{\partial y} (2\tau y) \right) d\tau = \int_{\frac{x}{2}}^{x^2} 2\tau d\tau = [\tau^2]_{\frac{x}{2}}^{x^2} = x^4 - \frac{x^2}{4}.$$

Hier konnten wir die Differentiation und die Integration vertauschen, weil die Funktion $2\tau y$ und ihre Ableitungen auf dem kompakten Intervall $[\frac{x}{2}, x^2]$ beschränkt sind (vgl. Satz 1.10 HMII-Skript SS2007). Somit ist

$$h'(\Phi(t)) = (h_x(t, t^2), h_y(t, t^2)) = \left(4t^5 - \frac{t^3}{2}, t^4 - \frac{t^2}{4} \right).$$

Weiter wie in der Übung.