

**1. Übungsblatt**  
**zur Vorlesung Integralgleichungen**  
**im Sommersemester 2006**

**Aufgabe 1:** Beschreiben Sie

a) das Anfangswertproblem

$$x''(t) + \lambda x(t) = 0, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 0$$

mit  $\lambda > 0$ ,

b) das Randwertproblem

$$x''(t) = x^2(t) + 1, \quad x(0) = x(1) = 0$$

jeweils durch eine Integralgleichung und bestimmen Sie deren Klassifizierung.

**Aufgabe 2:** Sei  $x \in C([0, 1])$  eine Lösung der Integralgleichung

$$x(t) - \int_0^1 k(t, s)x(s) ds = \int_0^1 k(t, s)f(s) ds, \quad t \in [0, 1]$$

mit  $f \in C([0, 1])$  und dem Kern

$$k(t, s) = \begin{cases} (t-1)s, & 0 \leq s \leq t \leq 1 \\ (s-1)t, & 0 \leq t \leq s \leq 1. \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass  $x \in C^2(0, 1)$  ist und das folgende Randwertproblem löst,

$$x''(t) - x(t) = f(t), \quad t \in (0, 1), \quad x(0) = x(1) = 0.$$

**Aufgabe 3:** (IGL mit separablem Kern)

Bestimmen Sie in Abhängigkeit von  $\lambda \in \mathbb{R}$  die Lösungsmengen der Integralgleichungen

a)  $x(t) - \lambda \int_0^1 st x(s) ds = 1,$

(Hinweis: Es gilt  $k(t, s) = g(t)h(s)$ )

b)  $x(t) = \cos t + \lambda \int_0^\pi (\sin t \cos s + \cos t \sin s) x(s) ds,$