Universität Karlsruhe (TH)
Mathematisches Institut II
Dr. T.Arens
Dipl.-Math.techn. S.Ritterbusch

Karlsruhe, den 12.05.2006

3. Übungsblatt
zur Vorlesung Integralgleichungen
im Sommersemester 2006

Aufgabe 7: Berechnen Sie die Lösung der Intergalgleichung

$$x(t) - \int_0^t (t-s)\, x(s)\, ds = 1, \quad 0 \le t \le 1$$

a) durch Differenzieren (s. Aufgabe 1),

b) mit der Neumannschen Reihe in der Form

$$x(t) = y(t) + \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^t k_m(t,s)\, y(s)\, ds$$

mit den *iterierten Kernen*

$$k_{n+1}(t,s) = \int_s^t k(t,\tau)\, k_n(\tau,s)\, d\tau = \frac{(t-s)^{2n+1}}{(2n+1)!},$$

$n \in \mathbb{N}$, wobei $k_1(t,s) = k(t,s)$ gesetzt ist.

Aufgabe 8: Zeigen Sie, dass die Lösung der Integralgleichung

$$x(t) = y(t) + \int_0^t (t-s)x(s)\, ds$$

mit $y \in C^1([0,1])$ durch

$$x(t) = \hat{x}(t)y(0) + \int_0^t y'(t-s)\hat{x}(s)\, ds$$

gegeben ist, wobei $\hat{x} \in C([0,1])$ die *Resolvente* ist, d.h. die Lösung der Integralgleichung mit $y(t) = 1$ (s. Aufgabe 7).

Aufgabe 9: Bestimmen Sie alle Funktionen $y : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$, für die die Integralgleichung

$$\int_0^t e^{\cos(t-s)} x(s)\, ds = y(t), \quad t \in [0, 2\pi]$$

eine stetige Lösung $x \in C([0, 2\pi])$ besitzt.