Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. T.Arens
Dipl.-Math.techn. S.Ritterbusch

Karlsruhe, den 16.06.2006

8. Übungsblatt
zur Vorlesung Integralgleichungen
im Sommersemester 2006

Aufgabe 22: (Fisher-Riesz) Sei X Hilbertraum und $\varphi \in \mathcal{L}(X, \mathbb{C})$. Zeigen Sie, dass ein eindeutig bestimmtes $\hat{x} \in X$ existiert mit

$$\varphi(x) = \langle x, \hat{x} \rangle, \quad \forall x \in X.$$

Hinweis: Orthogonale Projektion auf $\mathcal{N}(\varphi)$.

Aufgabe 23: Seien X, Y Hilberträume und $A \in \mathcal{L}(X, Y)$. Beweisen Sie, dass der adjungierte Operator $A^* \in \mathcal{L}(Y, X)$ mit $\|A^*\| = \|A\|$ existiert.

Aufgabe 24: Sei X Hilbertraum und $A \in \mathcal{L}(X, Y)$. Zeigen Sie:

$$(A(X))^\perp = \mathcal{N}(A^*) \quad \text{und} \quad \big(\mathcal{N}(A^*)\big)^\perp = \overline{A(X)}.$$