

## Inverse Probleme – 6.Übungsblatt

**Aufgabe 15:** Sei  $K \in \mathbb{C}^{n \times n}$  eine reguläre Matrix und  $x_k$  die  $k$ -te Iterierte des CG-Verfahrens angewandt auf das Gleichungssystem  $K^*Kx = K^*y$ . Zeigen Sie, dass die Iteration von der Wahl des zugrundeliegenden orthonormalen Koordinatensystems unabhängig ist: Ist  $V \in \mathbb{C}^{n \times n}$  eine unitäre Matrix,

$$\tilde{K} = VKV^*, \quad \tilde{y} = Vy, \quad \tilde{x} = Vx$$

und wird das CG-Verfahren auf das Gleichungssystem  $\tilde{K}^*\tilde{K}\tilde{x} = \tilde{K}^*\tilde{y}$  mit Startvektor  $\tilde{x} = 0$  angewendet, so ergibt sich die  $k$ -te Iterierte  $\tilde{x}_k = Vx_k$ .

**Aufgabe 16:** Sei  $K \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  regulär und  $K^*K$  habe nur zwei verschiedene Eigenwerte. Zeigen Sie, dass das CG-Verfahren nach maximal zwei Iterationen die exakte Lösung berechnet hat.

*Hinweis:* Benutzen Sie das Ergebnis aus der vorhergehenden Aufgabe und wählen Sie eine Basis aus Eigenvektoren von  $K^*K$ .