



Übungsblatt 6 zur Vorlesung “Streuprobleme” im WS 07/08

10. Aufgabe:

Sei $\alpha > 0$ fix und $U := B(0, 1) \subset \mathbb{R}^2$. Wir betrachten Funktionen u aus der Menge H_α definiert durch

$$H_\alpha := \{u \in H^1(U) \mid \lambda\{x \in U \mid u(x) = 0\} \geq \alpha\},$$

wobei λ das Lebesgue-Maß bezeichnet. Zeigen Sie, dass es eine Konstante C gibt, die nur von α abhängt, so dass

$$\int_U |u|^2 dx \leq C \int_U |\nabla u|^2 dx \quad \text{für alle } u \in H_\alpha. \quad (1)$$

Bem.: (1) ist eine *Poincaré-Friedrichs-Ungleichung*.

11. Aufgabe:

Zeigen Sie, dass für die charakteristische Funktion $\chi_{[0,1]}$ von $[0, 1] \subset \mathbb{R}$ gilt:

$$\chi_{[0,1]} \in H^s((-1, 2)) \quad \text{genau für } 0 \leq s < \frac{1}{2}.$$