



## Übungsblatt 7 zur Vorlesung “Streuprobleme” im WS 07/08

### 12. Aufgabe:

Sei  $D \subset \mathbb{R}^2$  ein Lipschitz-Gebiet und  $D_1, D_2 \subset D$  zwei Lipschitz-Gebiete mit

$$D_1 \cap D_2 = \emptyset, \quad \partial D_1 \cap \partial D_2 =: \Gamma, \quad D = D_1 \cup D_2 \cup \Gamma.$$

(i) Zeigen Sie: Es gilt  $u \in H^1(D)$  genau dann, wenn

$$u|_{D_1} \in H^1(D_1), \quad u|_{D_2} \in H^1(D_2), \quad [\gamma_D^1 u]_\Gamma = 0.$$

Dabei seien  $\gamma_D^i : H^1(D_i) \rightarrow H^{\frac{1}{2}}(\partial D_i)$  der Spuroperator zu  $D_i$ ,  $i = 1, 2$ , und

$$[\gamma_D^1 u]_\Gamma := \gamma_D^1 u|_\Gamma - \gamma_D^2 u|_\Gamma.$$

(ii) Gegeben sei die gebietsabhängige Wellenzahl

$$k(x) := \begin{cases} k_1, & x \in D_1 \\ k_2, & x \in D_2 \end{cases}.$$

Finden Sie die schwache Formulierung des Transmissionsproblems

$$\begin{aligned} \Delta u + k^2 u &= 0 && \text{in } D_1 \cup D_2, \\ \gamma_D^0 u &= \gamma_D^0 f && \text{mit } f \in H^1(D), \\ [\gamma_D^1 u]_\Gamma &= 0, \\ [k \gamma_N^1 u]_\Gamma &= 0. \end{aligned}$$

Es bezeichnen  $\gamma_D^0$  den Spuroperator zu  $D$ ,  $\gamma_N^i : H^1(D_i) \rightarrow H^{-\frac{1}{2}}(\partial D_i)$  den Normalenableitungsoperator zu  $D_i$ ,  $i = 1, 2$ , und

$$[k \gamma_N^1 u]_\Gamma := k_1 \gamma_N^1 u|_\Gamma - k_2 \gamma_N^2 u|_\Gamma.$$